

# 温度成層流体におけるパッシブスカラーの乱流拡散

課題責任者

花崎 秀史

京都大学大学院 工学研究科

著者

花崎 秀史\*<sup>1</sup>, 沖野 真也\*<sup>1</sup>

\*<sup>1</sup> 京都大学大学院 工学研究科

高シュミット数のパッシブスカラーを含む温度成層乱流の直接数値計算を実施し、密度成層に寄与する熱 ( $Pr = 7$ ) とパッシブスカラー ( $Sc = 700$ ) の乱流拡散係数の違いについて調べた。弱い密度成層 ( $Fr_0 \geq 1$ , ここで  $Fr_0$  は初期フルード数) においては密度 (熱) とパッシブスカラーの乱流拡散係数には違いが生じるが、強い密度成層 ( $Fr_0 \ll 1$ ) においてはその差はなくなる。乱流拡散係数の差は、成層乱流のプリミティブ波数において持続する逆勾配スカラーフラックスの大きさの差に起因するものである。密度成層が強いと、低波数での浮力振動が、高波数へのスカラー輸送よりも短時間で起こるため、プリミティブ波数における持続的な逆勾配スカラーフラックスは存在しなくなり、その結果、密度 (熱) とパッシブスカラーの乱流拡散係数は同じ値をとるようになる。

キーワード：成層流体, 減衰乱流, 高シュミット数, 鉛直スカラーフラックス, 乱流拡散

## 1. 緒言

夜間の大気や表層混合層を除く海洋には、鉛直下方ほど密度の大きい、安定な密度成層が形成されている。安定な密度成層流体には、浮力が復元力として働くことで、流体の鉛直方向の変位が抑制される。特に、密度成層が乱流に及ぼす影響は、地球物理ばかりでなく、LNG タンクをはじめとする種々の工業装置に関連して重要であり、これまで数多くの室内実験、数値計算、理論、観測による研究が実施されてきた。

密度成層流の室内実験にあたっては、しばしば塩水が用いられるが[1-3]、水中における塩分の拡散は非常に遅く、そのシュミット数は  $Sc = \nu^*/\kappa^* = 700 (\gg 1)$  と大きな値をとる ( $\nu^*$ : 流体の動粘性係数、 $\kappa^*$ : 塩分の拡散係数)。等方性乱流によって移流される、高シュミット数のパッシブスカラー (密度変化に寄与せず、流体運動に影響を及ぼさないスカラー) の散逸スケールは  $L_B^* = L_K^*/Sc^{1/2}$  と見積もられる[4] ( $L_K^*$ : コルモゴロフ・スケール)。すなわち、浮力効果が無視できるとすると、塩分の散逸スケールは速度場の最小スケールの 1/30 程度となる。そのような小さなスケールの密度攪乱を解像することは困難であり、従来の密度成層乱流の直接数値計算においてはもっぱら  $Sc = 1$  が対象とされてきた[5-7]。しかし最近、塩分成層乱流 ( $Sc = 700$ ) の直接数値計算が行なわれ、Batchelor の理論[4]とは大きく異なる、高シュミット数の密度成層乱流に固有の振る舞いが報告されている[8]。

本研究では、温度成層流体中のパッシブスカラーの輸送について直接数値計算により調査する。特に、パッシブスカラー拡散のシュミット数 ( $Sc$ ) が温度拡散のプラントル数 ( $Pr$ ) に比べて十分に大きい場合を対象とする。これは、例えば、海洋における温度躍層での汚染物質の拡散のモデルとみなすことができる。このような系は、これまで直

接数値計算[9]、室内実験[10, 11]や線形理論 (rapid distortion theory) [12, 13]により調べられ、密度 (アクティブスカラー) の乱流拡散係数  $K_\rho^*$  とパッシブスカラーの乱流拡散係数  $K_C^*$  に違いが生じることが報告されている。密度とパッシブスカラーの初期条件と境界条件が異なるとき、乱流拡散係数には顕著な違いが表れる[11]が、初期条件・境界条件が同一であっても乱流拡散係数の違いは生じる[10]。その基本的なメカニズム自体は線形理論[13]で説明されているが、 $Pr$  と  $Sc$  が大きく異なる場合について、時間の経過とともに現れると考えられる非線形性の影響も含めて調べられた数値計算例は数少ない[14]。そこで本稿では、密度とパッシブスカラーの乱流拡散係数を直接数値計算によって求め、密度成層の強さが乱流拡散係数の違いにどのような影響を与えるかについて調べた結果を報告する。

## 2. 直接数値計算

周期境界を有する立方体領域中の流体運動を取り扱う。流体は温度 ( $Pr = 7$ ) によって鉛直 ( $z^*$ ) 方向に一様な密度成層を形成しているものとする ( $d\bar{\rho}^*/dz^* = \text{const.}$ )。さらに、密度成層流体中に分布する高シュミット数のパッシブスカラーを考え、その濃度  $C$  は静止状態において流体の密度に比例するものとする (すなわち、 $d\bar{C}^*/dz^* = \text{const.}$ )。本研究では、減衰乱流、すなわち初期攪乱の時間的な減衰過程を計算の対象とした。初期速度場として等方的な攪乱を与える一方、初期密度場とパッシブスカラー場には攪乱を与えないものとする。

系を支配する方程式は、連続の式とナビエ・ストークス方程式に加え、密度攪乱とパッシブスカラー攪乱の輸送方程式である。フーリエ・スペクトル法によって支配方程式の直接数値計算を実施した。非線形項の評価の際に生

じるエイリアス誤差は3/2則によって除去した。また、時間積分は4次精度のルンゲ・クッタ法により実行した。計算に用いる格子点数は初期には4096<sup>3</sup>点とし、時間の経過とともに高波数成分が減衰するため、途中で格子点数を2048<sup>3</sup>点に減らして計算を続けた。

本研究では、初期攪乱の rms 速度と積分長に基づく初期レイノルズ数を  $Re_0 = U_0^* L_0^* / \nu^* = 50$  に固定した上で、密度成層の強さの尺度である、初期フルード数  $Fr_0 = U_0^* / (N^* L_0^*)$  を0.1から5まで変化させた。ただし、 $U_0^*$  は初期 rms 速度、 $L_0^*$  は初期攪乱の積分長、 $N^* (= \sqrt{-(g^* / \rho_0^*) (d\rho^* / dz^*)})$  はブラント・バイサラ振動数である ( $g^*$  は重力加速度、 $\rho_0^*$  は基準密度)。また、パッシブスカラーのシュミット数は塩分に相当する  $Sc = 700$  とした。なお、アスタリスク付きの物理量は有次元量を、アスタリスクなしの物理量は  $U_0^*, L_0^*, -L_0^* d\rho^* / dz^*, -L_0^* dC^* / dz^*$  によって無次元化された量を表すものとする。

### 3. 結果

Figure 1(a)に密度とパッシブスカラーの乱流拡散係数  $K_\rho (= \overline{\rho'w})$  と  $K_C (= \overline{C'w})$  の時間変化を示す (ただし、オーバーラインは空間平均、プライムの付いた量は攪乱を表す)。ここで、横軸は  $L_0^* / U_0^*$  で無次元化された時間  $t (= U_0^* t^* / L_0^*)$  ではなく、ブラント・バイサラ周期で無次元化された浮力時間  $t_N (= N^* t^* / (2\pi))$  であることに注

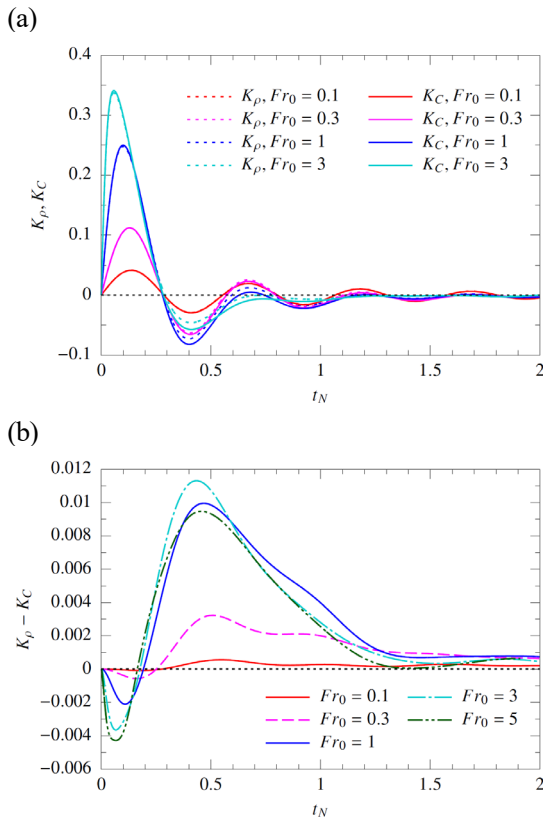


図1. (a) 密度 (熱、 $Pr = 7$ ) の乱流拡散係数  $K_\rho$  とパッシブスカラー ( $Sc = 700$ ) の乱流拡散係数  $K_C$  の時間変化。(b) 密度 (熱) とパッシブスカラーの乱流拡散係数の差  $K_\rho - K_C$  の時間変化。横軸は浮力時間  $t_N (= N^* t^* / (2\pi))$  である。

意する。

初期の密度攪乱、パッシブスカラー攪乱は0であるため、いずれの乱流拡散係数も0から始まり、時間とともに増加する。そして、 $t_N \leq 0.15$  で最大値をとった後、減少し、負に転じる。このとき、乱流拡散係数が0となる浮力時間は、初期フルード数には依存せず、 $t_N \approx 0.28$  である。また、乱流拡散係数が正の値をとる  $t_N \leq 0.28$  では、 $K_\rho$  と  $K_C$  にほとんど違いは見られない。この間、初期フルード数が小さいほど (成層効果が強いほど)、乱流拡散係数の値も小さく、浮力を復元力として受けることで乱流拡散が抑制されていることが分かる。

乱流拡散係数が負に転じた  $t_N \geq 0.28$  において、 $K_\rho$  と  $K_C$  に差が見られるようになる。この差は、密度とパッシブスカラーのプラントル数 (シュミット数) の違い (すなわち、 $Pr (= 7) \neq Sc (= 700)$ ) によるものであり、プラントル数 (シュミット数) が大きいときに、負の (逆勾配の) 鉛直密度フラックスが顕著に生じることが示されている (例えば、Komori & Nagata[10]の figure 32 や Hanazaki[12]の figure 7)。

乱流拡散係数が  $t_N \approx 0.4$  にて最小値をとった後は、時間の経過とともに振動しながら0へと漸近する。強い密度成層 ( $Fr_0 \ll 1$ ) に対しては、乱流拡散係数は0を中心に振動するが、弱い密度成層 ( $Fr_0 \gg 1$ ) に対しては、乱流拡散係数が負の状態が持続する。

乱流拡散係数の差 ( $K_\rho - K_C$ ) の時間変化を figure 1(b) に示す。はじめ ( $t_N \leq 0.2$ )、パッシブスカラー ( $Sc = 700$ ) の乱流拡散係数の方が密度 ( $Pr = 7$ ) の乱流拡散係数よりもわずかに大きい ( $K_C > K_\rho$ ) が、以後の時刻 ( $t_N \geq 0.2$ ) では密度の乱流拡散係数の方が大きくなる ( $K_\rho > K_C$ )。乱流拡散係数の差は、 $0.1 \leq Fr_0 \leq 1$  では  $Fr_0$  の増加とともに大きくなるが、 $Fr_0 \geq 1$  では  $Fr_0$  に対する依存性はほとんどなくなる。また、密度とパッシブスカラーの乱流拡散係数の差が最も大きくなる時刻は、逆勾配の鉛直スカラーフラックスがもっとも発達する  $t_N \sim 0.4$  である (figure 1a)。十分に大きい浮力時間 ( $t_N > 1.2$ ) に対しては、乱流拡散係数の差は非常に小さくなり、 $Fr_0$  に対する依存性もあまり見られなくなる。

続いて、乱流拡散係数の差に寄与する空間スケールを、鉛直スカラーフラックスのコスペクトルを用いて議論する。Figure 2に鉛直スカラーフラックスのコスペクトルの時間発展を示す。まずは典型的な振る舞いを示す  $Fr_0 = 1$  の場合 (figure 2a) から説明する。低波数では、密度 ( $Pr = 7$ ) の鉛直フラックスとパッシブスカラー ( $Sc = 700$ ) の鉛直フラックスにはほとんど違いはなく、正負に振動しながら時間とともに減衰する。また、そのピークは  $k \sim 2$  にあり、これは初期の運動エネルギースペクトルのピークに等しい。一方、高波数を見ると、 $t_N \sim 0.4$  にかけて高波数側から逆勾配の (負の) 鉛直スカラーフラックスが発達し、その後、単調に減少する。この際、逆勾配のスカラーフラックスは常に成層乱流のプリミティブ波数  $k_p^* = \sqrt{N^* / \nu^*}$  (無次元では  $k_p = \sqrt{Re_0 / Fr_0}$ ) にピークをもつ。密度とパッシブスカラーの乱流拡散係数 (すなわ

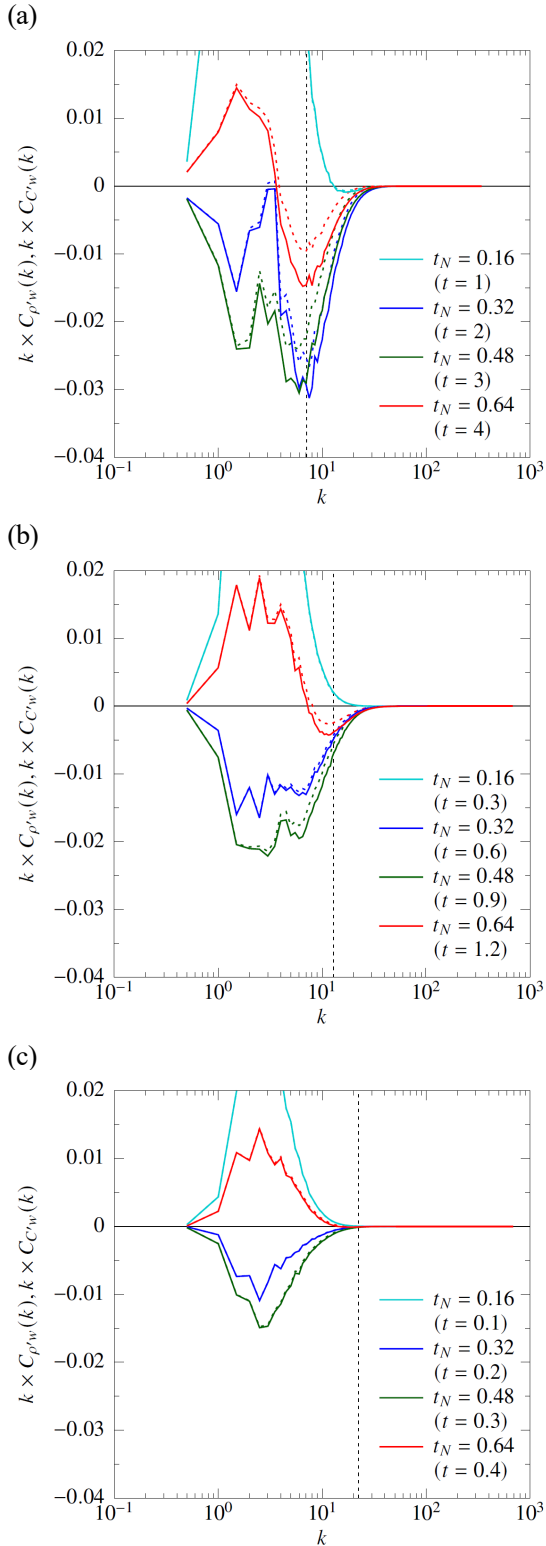


図2. 鉛直密度フラックスのプレマルチプライド・スペクトル  $k \times C_{\rho'w}(k)$  (破線) と鉛直パッシブスカラーフラックスのプレマルチプライド・スペクトル  $k \times C_{c'w}(k)$  (実線) の時間変化。(a)  $Fr_0 = 1$ 、(b)  $Fr_0 = 0.3$ 、(c)  $Fr_0 = 0.1$ . 鉛直破線はプリミティブ波数  $k_p = \sqrt{Re_0/Fr_0}$  を表し、その値は (a)  $k_p = 7.1$ 、(b)  $k_p = 13$ 、(c)  $k_p = 22$ である。

ち、鉛直スカラーフラックス)の違いは、プリミティブ波数における逆勾配フラックスの強さの違いによるものである。シュミット数のより大きい、パッシブスカラー ( $Sc = 700 \gg Pr = 7$ ) のほうが逆勾配フラックスは大きいため、乱流拡散係数は小さくなる。シュミット数 (プラントル数) の違いの影響は、逆勾配フラックスが生じるスケールの違いとして現れるわけではないことに留意すべきである。なお、より弱い密度成層 ( $Fr_0 = 3$ ) においても、鉛直スカラーフラックスのコスペクトルの振る舞いはほぼ同様であった。

一方、より強い密度成層 ( $Fr_0 = 0.3$ ) では、プリミティブ波数における逆勾配のスカラーフラックスの大きさは、低波数における振幅に比べ非常に小さくなる (figure 2b)。最も強い密度成層 ( $Fr_0 = 0.1$ ) では、プリミティブ波数における逆勾配のスカラーフラックスは見られなくなり、ただ低波数における正負の振動が見られるばかりとなる (figure 2c)。これは、低波数における浮力振動が、スカラー攪乱の高波数への輸送よりもごく短時間で起こることで、コルモゴロフ・スケール以下の小スケールのスカラー攪乱がほとんど生成されないためである [15]。その結果として、密度とパッシブスカラーの鉛直フラックスのコスペクトルには差が見られなくなり、その積分値である乱流拡散係数にも差が生じなくなる。

#### 4. 結言

本研究では、密度成層流体を形成する温度 ( $Pr = 7$ ) と、同一の初期条件をもつパッシブスカラー ( $Sc = 700$ ) の乱流拡散係数の違いについて、直接数値計算によって調べた。弱い密度成層 ( $Fr_0 \geq 1$ ) では、密度とパッシブスカラーの乱流拡散係数には違いが生じるが、強い密度成層 ( $Fr_0 \ll 1$ ) では、その差はほとんど見られなくなる。

乱流拡散係数の差は、成層乱流のプリミティブ波数において持続的に生じる逆勾配のスカラーフラックスの強さの差に起因する。強い密度成層流体においては、スカラー攪乱の高波数への輸送に比べ、ごく短い時間で、低波数における浮力振動が起こることで、コルモゴロフ・スケール以下の小スケールのスカラー攪乱はほとんど生成されず、逆勾配のスカラーフラックスもほとんど生じなくなる。その結果、密度とパッシブスカラーの乱流拡散係数にも違いが現れなくなる。

#### 謝辞

本研究成果は令和3年度地球シミュレータ公募課題により、海洋研究開発機構の地球シミュレータを利用して得られたものである。

#### 文献

[1] D. C. Stilling, K. N. Helland, and C. W. Van Atta, "Experiments on the transition of homogeneous turbulence to internal waves in a stratified fluid," J. Fluid Mech. 131, pp. 91-122, (1983).  
 [2] E. C. Itsweire, K. N. Helland, and C. W. Van Atta, "The

- evolution of grid-generated turbulence in a stably stratified fluid," *J. Fluid Mech.* 162, pp. 299-338, (1986).
- [3] O. Praud, A. M. Fincham, and J. Sommeria, "Decaying grid turbulence in a strongly stratified fluid," *J. Fluid Mech.* 522, pp. 1-33, (2005).
- [4] G. K. Batchelor, "Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid", *J. Fluid Mech.* 5, pp.113-133, (1959).
- [5] J. J. Riley, R. W. Metcalfe, and M. A. Weissman, "Direct numerical simulations of homogeneous turbulence in density-stratified fluids", *Proc. AIP Conf. on Nonlinear Properties of Internal Waves* (ed. Bruce J. West), pp.79-112, (1981).
- [6] P. Bartello, and S. M. Tobias, "Sensitivity of stratified turbulence to the buoyancy Reynolds number", *J. Fluid Mech.* 725, pp. 1-22, (2013).
- [7] A. Maffioli, and P. A. Davidson, "Dynamics of stratified turbulence decaying from a high buoyancy Reynolds number," *J. Fluid Mech.* 786, pp. 210-233, (2016).
- [8] S. Okino, and H. Hanazaki, "Direct numerical simulation of turbulence in a salt-stratified fluid", *J. Fluid Mech.* 891, A19, (2020).
- [9] H. J. Kaltenbach, T. Gerz, and U. Schumann, "Large-eddy simulation of homogeneous turbulence and diffusion in stably stratified shear flow", *J. Fluid Mech.* 280, pp. 1-40 (1994).
- [10] S. Komori, and K. Nagata, "Effects of molecular diffusivities on counter-gradient scalar and momentum transfer in strongly stable stratification," *J. Fluid Mech.* 326, pp. 205-237, (1996).
- [11] K. Nagata, and S. Komori, "The difference in turbulent diffusion between active and passive scalars in stable thermal stratification", *J. Fluid Mech.* 430, pp. 361-380 (2001).
- [12] H. Hanazaki, and J. C. R. Hunt, "Linear processes in unsteady stably stratified turbulence," *J. Fluid Mech.* 318, pp. 303-337, (1996).
- [13] H. Hanazaki, "Slowly oscillating modes in the passive scalar diffusion in stratified turbulence", *Phys. Fluids* 20, 055106 (2008).
- [14] A. E. Gargett, W. J. Merryfield, and G. Holloway, "Direct numerical simulation of differential scalar diffusion in three-dimensional stratified turbulence", *J. Phys. Oceanogr.* 33, pp. 1758-1782 (2003).
- [15] S. Okino, and H. Hanazaki, "Decaying turbulence in a salt-stratified fluid", *Proc. of 11th International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena*, 6 pages (2019).

# Turbulent Diffusion of a Passive Scalar in a Thermally Stratified Fluid

Project Representative

Hideshi Hanazaki Department of Mechanical Engineering and Science, Kyoto University

Authors

Hideshi Hanazaki\*<sup>1</sup>, Shinya Okino\*<sup>1</sup>

\*<sup>1</sup>Department of Mechanical Engineering and Science, Kyoto University

We have performed direct numerical simulations to investigate the difference in turbulent diffusivities between heat (whose Prandtl number is  $Pr = 7$ ), which forms density stratification, and a passive scalar (whose Schmidt number is  $Sc = 700$ ). Under weak stratification ( $Fr_0 \geq 1$ , where  $Fr_0$  is the initial Froude number), the turbulent diffusivities of density (heat) and the passive scalar are significantly different, whereas the difference vanishes under strong stratification ( $Fr_0 \ll 1$ ). The difference in the turbulent diffusivities is due to the difference in the magnitude of the counter-gradient scalar flux, which persists at the primitive wavenumber of stratified turbulence. For the strongly stratified fluid, the buoyancy oscillation occurs at low wavenumbers sooner than the scalar transfer to high wavenumbers, so that the persistent counter-gradient scalar flux at the primitive wavenumber is absent and the turbulent diffusivities of density (heat) and the passive scalar become identical.

**Keywords** : Stratified Fluid, Decaying Turbulence, High Schmidt Number, Vertical Scalar Flux, Turbulent Diffusion

## 1. Introduction

The atmosphere and the ocean, when time-averaged, are stably stratified with larger density at a lower altitude. The density stratification in the ocean is generated by both salinity and temperature. However, most previous studies of stratified turbulence have addressed the case where only one scalar contributes to the density change, and few studies have investigated the behaviour of multiple scalars in stratified turbulence[1].

In this study, therefore, we analyse the turbulence transport of a passive scalar of high Schmidt number ( $Sc = 700$ ) in a temperature-stratified fluid ( $Pr = 7$ ), focusing on the turbulent diffusivity. This system can be regarded, for example, as a model of the diffusion of pollutants in the thermocline in the ocean. Such a problem has been investigated by direct numerical simulation [2] and laboratory experiments [3,4]. It has been reported that the turbulent diffusivity of density (active scalar)  $K_\rho^*$  differs from the turbulent diffusivity of the passive scalar  $K_C^*$ , and the basic mechanism was explained by linear theory [5]. This report describes how the strength of the density stratification affects the difference of the turbulent diffusivities between density and the passive scalar.

## 2. Direct numerical simulation

We consider a temperature-stratified water (i.e.  $Pr = 7$ ) in a cubic region, where the periodic boundary condition with a period of  $4\pi$  is imposed. The stratified fluid also contains a high-Schmidt-number ( $Sc = 700$ ) passive scalar, whose concentration has a constant vertical gradient in the quiescent state. Decaying turbulence in the stratified fluid is analysed by

direct numerical simulation. The initial velocity field is isotropic, but the initial density and passive-scalar perturbations are absent.

The temporal variation of the flow is governed by the continuity equation, the Navier-Stokes equations under the Boussinesq approximation and the transport equation of the density and passive-scalar perturbations. These governing equations are solved by the Fourier spectral method.

The initial Reynolds number is fixed at  $Re_0 = U_0^* L_0^* / \nu^* = 50$ , while the initial Froude number  $Fr_0 = U_0^* / (N^* L_0^*)$  is varied from 0.1 to 5, where  $U_0^*$  is the initial rms velocity,  $L_0^*$  the initial integral scale and  $N^*$  the Brunt-Väisälä frequency, which is determined by the undisturbed density gradient  $d\bar{\rho}^*/dz^*$ . Hereafter, the variables without an asterisk represent the non-dimensional quantities scaled by the length scale  $L_0^*$ , the velocity scale  $U_0^*$ , the density scale  $-L_0^* d\bar{\rho}^*/dz^*$  and the passive-scalar concentration scale  $-L_0^* d\bar{C}^*/dz^*$  (where  $d\bar{C}^*/dz^*$  is the vertical gradient of the passive-scalar concentration in the quiescent fluid).

## 3. Results

Figure 1 shows the temporal variation of the turbulent diffusivities for density  $K_\rho (= \overline{\rho'w'})$  and for passive scalar  $K_C (= \overline{C'w'})$  (where the overline represents the spatial average and the quantities with a prime represent perturbations from the quiescent state). Note that the abscissa is not the time non-dimensionalised by  $L_0^*/U_0^*$ , but the buoyancy time  $t_N (= N^* t^* / (2\pi))$ , that is the time non-dimensionalised by the Brunt-Väisälä period.

Since the initial density and passive-scalar perturbations are absent, both turbulent diffusivities increase with time until

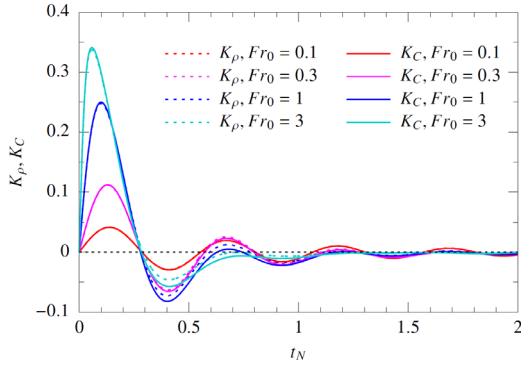


Figure 1. Temporal variation of the turbulent diffusivity of density (heat)  $K_\rho$  ( $Pr = 7$ ) and passive scalar  $K_C$  ( $Sc = 700$ ). The abscissa indicates the buoyancy time  $t_N (= N^*t^*/(2\pi))$ .

$t_N \sim 0.15$ . After that, they decrease to be negative at  $t_N \approx 0.28$ , independent of the initial Froude number. At  $t_N \lesssim 0.28$ , when the turbulent diffusion coefficient takes a positive value, there is little difference between  $K_\rho$  and  $K_C$ . During this period, the smaller the initial Froude number (the stronger the stratification effect), the smaller the value of the turbulent diffusion coefficient, indicating that the turbulent diffusion is suppressed by the buoyancy acting as a restoring force.

At  $t_N \gtrsim 0.28$ , when the turbulent diffusivity turns negative, a difference between  $K_\rho$  and  $K_C$  is observed. This difference is due to the difference between the Prandtl number (Schmidt number) of the density and passive scalar (i.e.  $Pr (= 7) \neq Sc (= 700)$ ), and it is shown that negative (counter-gradient) vertical density flux is more significant when the Prandtl number (Schmidt number) is larger (e.g. figure 32 of Komori & Nagata [3] and figure 7 of Hanazaki [6]).

The spatial scales that contribute to the difference in turbulent diffusion coefficients are then discussed using the cospectrum of vertical scalar fluxes. Figure 2 shows the temporal evolution of the cospectrum of vertical scalar fluxes. We start with the typical case of  $Fr_0 = 1$  (figure 2a). At low wavenumbers, there is little difference between the vertical flux of density ( $Pr = 7$ ) and the vertical flux of the passive scalar ( $Sc = 700$ ), which oscillates around zero and whose amplitude decays with time. The peak of the cospectrum is at  $k \sim 2$ , which agrees with the peak of the initial kinetic energy spectrum. On the other hand, at high wavenumbers, a counter-gradient (negative) vertical scalar flux develops from the high wavenumbers until  $t_N \sim 0.4$  and then decreases monotonically. In this case, the counter-gradient scalar flux persistently peaks at the primitive wavenumber of stratified turbulence  $k_p^* = \sqrt{N^*/\nu^*}$  (or  $k_p = \sqrt{Re_0/Fr_0}$  in the non-dimensional form). The difference of the turbulent diffusivities (i.e. the vertical scalar fluxes) between the density and the passive scalar is due to the difference in the amplitude of the counter-gradient flux at the primitive wavenumber. The counter-gradient flux is more significant for the passive scalar, whose Schmidt number is larger than heat ( $Sc = 700 \gg Pr = 7$ ), so that the

turbulent diffusivity becomes smaller. It should be noted that the effect of the difference in the Schmidt number (Prandtl number) does not appear as a difference in the scale at which the counter-gradient flux occurs.

On the other hand, for strong stratification ( $Fr_0 = 0.1$ ), the counter-gradient scalar flux at the primitive wavenumber does not exist and only the time-oscillation at low wavenumbers is observed (figure 2b). This is because the buoyancy oscillation at low wavenumbers occurs in a shorter time than the transport of the scalar perturbation to higher wavenumbers, resulting in the absence of the scalar perturbations smaller than the Kolmogorov scale [7]. Hence, there is no difference in the cospectra of the vertical density flux and the vertical passive-scalar flux, and thus their integrated values, i.e. the turbulent diffusivities, become identical.

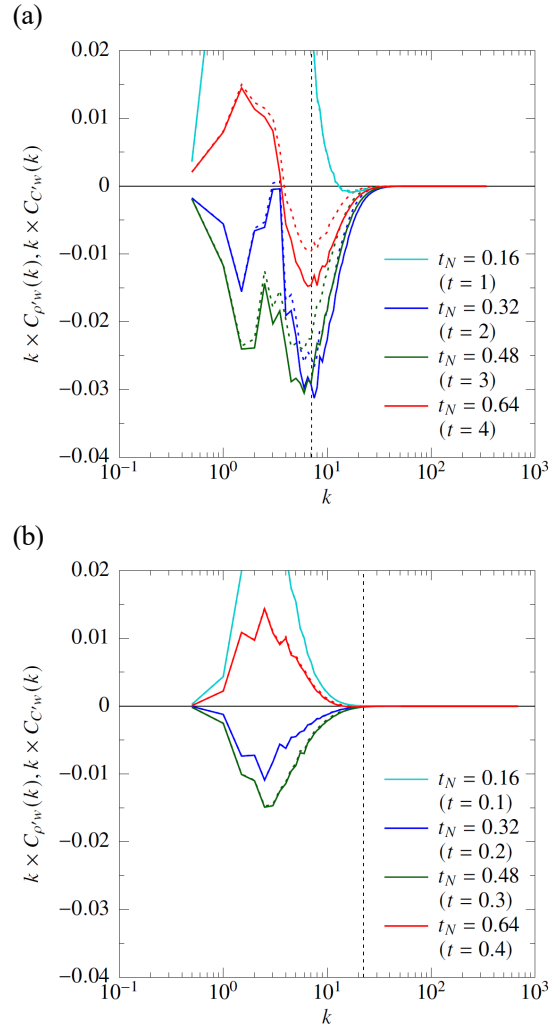


Figure 2. Temporal variation of the premultiplied cospectrum of the vertical density flux  $k \times C_{\rho'w}(k)$  (dotted curve) and the vertical passive-scalar flux  $k \times C_{C'w}(k)$  (solid curve) for (a)  $Fr_0 = 1$  and (b)  $Fr_0 = 0.1$ . The vertical dotted line indicates the primitive wavenumber  $k_p = \sqrt{Re_0/Fr_0}$ , whose values are (a)  $k_p = 7.1$  and (b)  $k_p = 22$ .

## Acknowledgement

This study used computational resources provided by the Earth Simulator Center of the Japan Agency of Marine-Earth Science and Technology.

## References

- [1] A. E. Gargett, W. J. Merryfield, and G. Holloway, "Direct numerical simulation of differential scalar diffusion in three-dimensional stratified turbulence", *J. Phys. Oceanogr.* 33, pp. 1758-1782 (2003).
- [2] H. J. Kaltenbach, T. Gerz, and U. Schumann, "Large-eddy simulation of homogeneous turbulence and diffusion in stably stratified shear flow", *J. Fluid Mech.* 280, pp. 1-40 (1994).
- [3] S. Komori, and K. Nagata, "Effects of molecular diffusivities on counter-gradient scalar and momentum transfer in strongly stable stratification," *J. Fluid Mech.* 326, pp. 205-237, (1996).
- [4] K. Nagata, and S. Komori, "The difference in turbulent diffusion between active and passive scalars in stable thermal stratification", *J. Fluid Mech.* 430, pp. 361-380 (2001).
- [5] H. Hanazaki, "Slowly oscillating modes in the passive scalar diffusion in stratified turbulence", *Phys. Fluids* 20, 055106 (2008).
- [6] H. Hanazaki, and J. C. R. Hunt, "Linear processes in unsteady stably stratified turbulence," *J. Fluid Mech.* 318, pp. 303-337, (1996).
- [7] S. Okino, and H. Hanazaki, "Decaying turbulence in a salt-stratified fluid", *Proc. of 11th International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena*, 6 pages (2019).