

安定密度成層下の三次元局所乱流塊による内部重力波放出

課題責任者

渡邊 智昭

名古屋大学大学院工学研究科

著者

渡邊 智昭*1, 長田 孝二*1, 田中 秀征*1, 松田 景吾*2, 大西 領*2

*1名古屋大学大学院 工学研究科, *2海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 地球情報基盤センター

大気・海洋中に現れる安定密度成層下の流れ（海洋混合層など）では乱流運動により内部重力波が誘起される。内部重力波は乱流中のエネルギーを遠方まで伝搬するほか、砕波により乱流が生成され運動エネルギーの散逸や異なる密度を持つ流体の混合を引き起こす。本課題では丘陵地形を過ぎる安定密度成層流れで生じる内部重力波に関する直接数値計算を実施した。内部重力波の砕波により発生した乱流は時間の経過とともに統計的に定常な状態に至った。乱流塊をポテンシャル渦により抽出し、乱流塊と外部を分ける界面近傍の流れ場を調査した。乱流から外部領域にかけて界面近傍でポテンシャルエンストロフィが大きく減少した。この減少はコルモゴロフスケールの10倍程度の幅の領域で生じ、乱流塊と外部領域を分ける層領域が非常に薄いことが確認された。界面近傍の乱流の最小長さスケールは乱流塊内部のものよりも大きいこと、また界面近傍ではより小さいスケールにまで浮力による乱流抑制効果が及ぶことがわかった。浮力レイノルズ数分布から乱流塊内部では小スケールの活発な乱流が存在するが、界面近傍や外部において乱流運動が浮力により著しく抑制されていることが明らかとなった。

キーワード：乱流, 安定密度成層, 内部重力波, 直接数値計算, 乱流・非乱流界面

1. 緒論

大気や海中では温度や塩分濃度の分布により安定な密度成層が形成される[1]。安定密度成層下では鉛直方向の乱流運動が抑制されるものの、小スケールの乱流が局所的に存在する。乱流内では物質やエネルギーの活発な混合が生じるため、乱流塊の空間的な分布が流れ場全体の特性に大きな影響を与えている[2]。そのため、安定密度成層下の乱流塊の空間分布は乱流プラントル数などの計算パラメータのモデル化[3]においても重要な要素となる。安定密度成層中の流体は浮力を復元力とする内部重力波を伝播させ、内部重力波は砕波により局所的な乱流塊を生成することが知られている。乱流塊と外部の層流（内部重力波）領域は薄い乱流・非乱流界面層によって隔てられており、乱流塊の空間発展において乱流・非乱流界面層近傍の乱流特性が重要な役割を果たすことが知られている。

本課題では安定密度成層下の乱流の空間発達機構を明らかにするため、丘陵地形を過ぎる安定密度成層流れにおける内部重力波砕波の直接数値計算を行った。本課題で得られた大規模数値計算データベースの解析により、乱流塊の乱流・非乱流界面層について調査した。

2. 内部重力波の砕波の直接数値計算

安定密度成層下における丘陵地形上の流れの直接数値計算（図1）を行った。鉛直方向に一定の密度勾配 $d\bar{\rho}/dz$ を持つ流体が高さ h_0 の丘陵地形上を通過することで内部重力波が誘起され、砕波により乱流への遷移が生じる[4]。流入境界における一様流の速度を U_0 と表す。位置、時間、速度、圧力の無次元量を $x_i = \tilde{x}_i/h_0$, $t = \tilde{t}/(h_0/U_0)$, $u_i = \tilde{u}_i/U_0$, $\rho = \tilde{\rho}/h_0(-d\bar{\rho}/dz)$, $p = \tilde{p}/\rho_0 U_0^2$ と定義する（ $\tilde{\cdot}$ は有次元量を表す）。 ρ_0 は密度の代表値である。

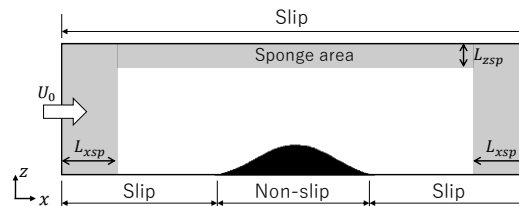


図1 丘陵地形上流れの直接数値計算

流れ方向を x 、鉛直上方向を z 、スパン方向を y とする。丘陵の高さ h_0 に対し、各方向の計算領域の大きさを $(L_x, L_y, L_z) = (100h_0, 10h_0, 10h_0)$ とした。丘陵地形の形状を余弦関数により

$$z_h(x) = \frac{h_0}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{\pi \tilde{x}}{a}\right) \right] \quad (|\tilde{x}| \leq a)$$

により与えた。 a は地形の傾斜を表すパラメータであり、 $a = \pi$ とした。計算領域の底面は丘陵部分を除いて滑り壁条件とし、丘陵部分には滑り無し条件を埋め込み境界法により課した。速度 U_0 の一様流を流入の境界条件に与え、流出部には対流流出境界条件を用いた。計算領域上面を滑り壁とした。 y 方向には周期境界条件を課した。また、図1の灰色で示す領域にスポンジ領域（ $L_{xsp} = 25h_0, L_{zsp} = 2h_0$ ）を設け、二次精度のローパスフィルタを計算される物理量に適用することで、計算領域境界での内部重力波の反射を抑制した。計算対象とする流れ場のレイノルズ数、フルード数、プラントル数は以下のように定義される。

$$Re = U_0 h_0 / \nu,$$

$$Fr = U_0 / h_0 N_b,$$

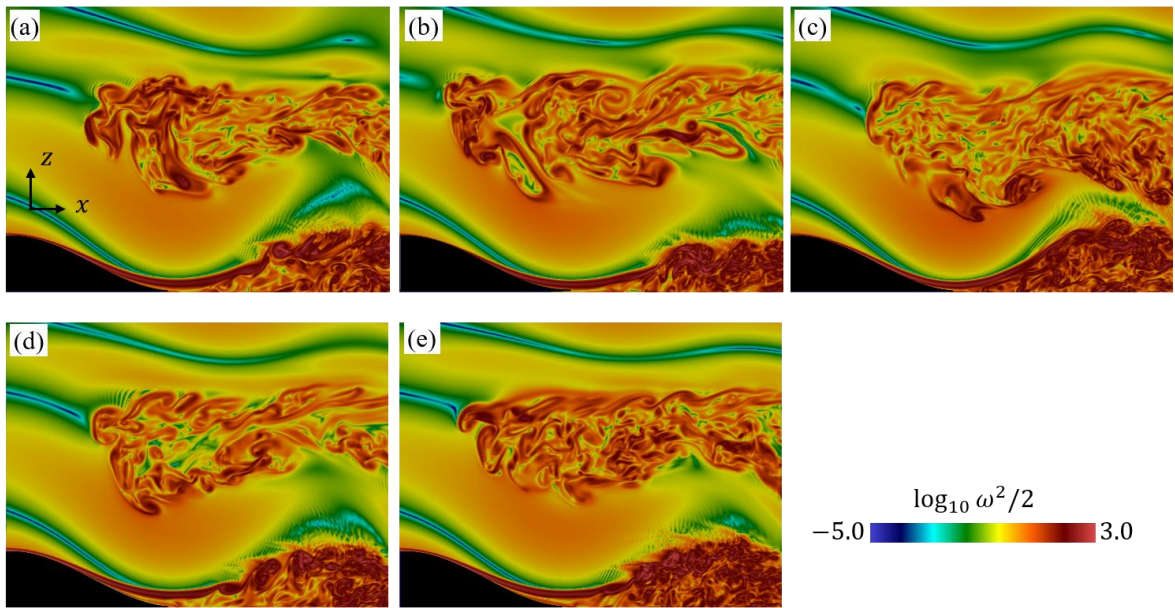


図2 砕波により発生した乱流塊近傍のエントロフィ分布 (黒色：丘陵部)

(a) $t = 60$, (b) $t = 70$, (c) $t = 80$, (d) $t = 90$, (e) $t = 100$.

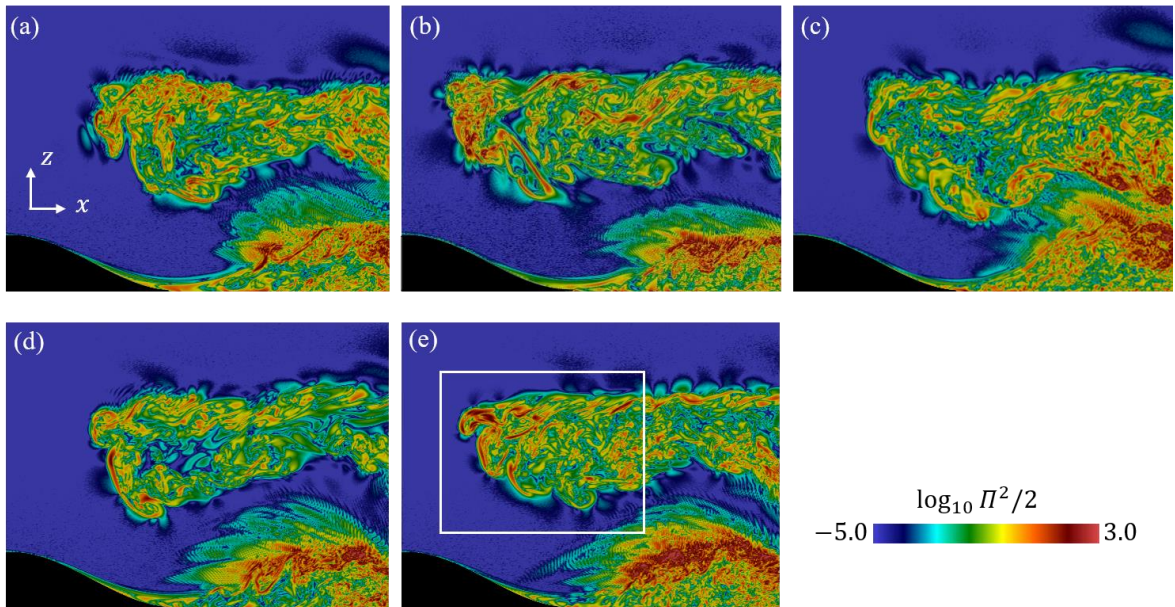


図3 砕波により発生した乱流塊のポテンシャルエントロフィ分布 (黒色：丘陵部)

(a) $t = 60$, (b) $t = 70$, (c) $t = 80$, (d) $t = 90$, (e) $t = 100$.

$$Pr = \nu/\kappa.$$

ここで、 ν は動粘度、 $N_b = \sqrt{-(g/\rho_0)d\bar{\rho}/dz}$ は浮力周波数、 g は重力加速度、 κ は密度場に対する拡散係数である。本課題では $Re = 2000, Fr = 0.6, Pr = 1$ として数値計算を行った。

支配方程式はブシネスク近似を施したナビエ・ストークス方程式であり、無次元化された各物理量により以下のように表される。

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0,$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{Fr^2} \rho' \delta_{i3},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} = \frac{1}{RePr} \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_j \partial x_j},$$

ここで、 $\rho' = \rho - \bar{\rho}$ は密度変動、 δ_{ij} はクロネッカのデルタである。これらの式を有限差分法に基づく計算コード[5-8]により数値的に解いた。空間離散化には二次精度の中心差分、時間積分に三次精度のルンゲ・クッタ法、圧力のポアソン方程式の求解にはBiCGSTAB法を用いた。各方向の格子点数を $(N_x, N_y, N_z) = (4000, 1000, 1000)$ とした。

3 計算結果

図2に内部重力波の砕波により発生した乱流近傍のエンストロフィ $\omega^2/2 = (\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\omega})/2$ の分布を示す($\boldsymbol{\omega}$:渦度ベクトル)。内部重力波の規則的なエンストロフィの分布が見られる。丘陵の上下流域に内部重力波により発生した乱流が存在することが、不規則なエンストロフィの分布から分かる。また、その下には丘陵地形を通過し剥離した流れ(ロータ渦)に起因する乱流が現れる。図2と同じ位置・時刻におけるポテンシャルエンストロフィ $\Pi^2/2 = (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \rho)^2/2$ の分布を図3に示す。 $\Pi^2/2$ は内部重力波により伝搬されないため、 $\Pi^2/2$ は乱流塊内部でのみ大きい値を持つ[7]。 $\Pi^2/2$ の分布から砕波により発生した乱流分布は時間的に変動していることがわかる。

図1(e)の四角で示した領域に現れる乱流塊の解析を行った。ポテンシャル渦 $|\Pi|$ に対する閾値 Π_{th} を用いて、乱流塊を $|\Pi| \geq \Pi_{th}$ の領域として検出した。ここで、文献7に従い、 Π_{th} の値は閾値と検出される乱流領域の体積の関係から決定した。解析対象とする領域内(図1eの四角)の体積平均を用いて定義される各方向の速度変動の分散の時間変化を図3に示す。 $t \approx 10$ から25にかけて内部重力波の砕波が生じ速度変動が増加する。十分に時間が経過すると速度変動分散が時間に依らずほぼ一定となる。以下では乱流塊が統計的に定常となった $t = 60$ 以降の時間平均を用いて計算した統計量について述べる。

乱流塊と外部領域の境界として乱流・非乱流界面層が検出できる。乱流塊の外縁を表す等値面 $|\Pi| = \Pi_{th}$ を原点とし、等値面に対して法線方向に界面座標 ζ_I を定義する。ここで、 $\zeta_I < 0$ が乱流塊内部、 $\zeta_I > 0$ が外部となるように ζ_I の向きを定義する。等値面上の多数の点に対して界面座標を定義し、各物理量の平均を ζ_I の関数として求める。以下ではこの平均を $\langle * \rangle_I$ の記号により表す。

図4はエンストロフィ $\omega^2/2$ とポテンシャルエンストロフィ $\Pi^2/2$ の平均値の界面近傍の分布を示す。横軸は乱流塊内部のコルモゴロフスケール η で無次元化されている。乱流塊内部から外に向けてエンストロフィとポテンシャルエンストロフィの平均値が減少する。図1からわかるように、乱流塊外部においても内部重力波の存在のため $\omega^2/2 \approx 0$ とならない。一方、ポテンシャルエンストロフィは乱流内でのみ大きい値をとる。したがって、界面近傍での変化は $\langle \omega^2/2 \rangle_I$ より $\langle \Pi^2/2 \rangle_I$ のほうが大きい。 $\langle \Pi^2/2 \rangle_I$ の分布から界面層の厚さは乱流場の最小スケールに関連するコルモゴロフスケールの10倍程度であることが確認できる。

界面近傍の浮力周波数と運動エネルギーの散逸率は

$$N_I = \sqrt{-(g/\rho_0)\langle \partial \rho / \partial z \rangle_I}$$

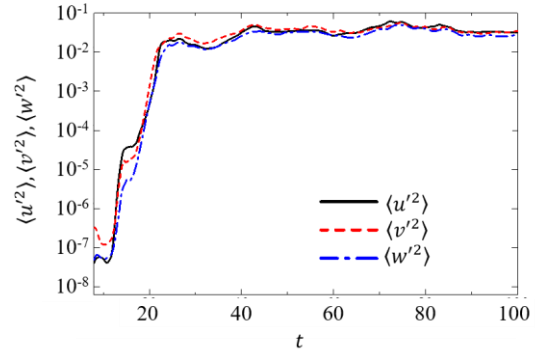


図4 乱流塊中の速度変動分散

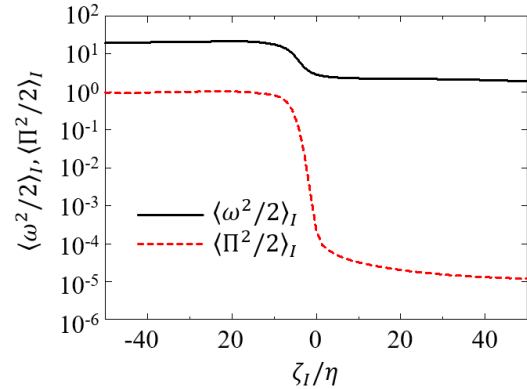


図5 界面層近傍のエンストロフィとポテンシャルエンストロフィの平均値の分布

$$\varepsilon_I = (2/Re)\langle S_{ij}S_{ij} \rangle_I$$

と定義される(S_{ij} :変形速度テンソル)。 N_I と ε_I から計算されるコルモゴロフスケール $\eta_I = (Re^3 \varepsilon_I)^{-1/4}$ とオズミドスケール $L_{OI} = \sqrt{\varepsilon_I/N_I^3}$ の界面近傍の分布を図6(a)に示す。オズミドスケールより小さいスケールの乱流運動は浮力により強く抑制される。乱流から外部に向かって L_{OI} が減少することから、界面近傍ではより小スケールまで浮力による乱流運動の抑制が生じる。一方、 η_I は乱流内から外部に向かって増加しており、界面近傍の乱流の特性長さスケールは乱流塊内部のものより大きいことがわかる。これらのスケールに関連して浮力レイノルズ数が $Re_{bl} = (L_{OI}/\eta_I)^{4/3}$ により定義される。図6(b)に界面近傍の Re_{bl} の分布を示す。乱流塊内部($\zeta_I/\eta \leq 30$)では $Re_{bl} \approx 50$ となり、界面に向かって Re_{bl} は減少する。界面近傍では Re_{bl} がさらに急激に減少し乱流外では $Re_{bl} \sim 1$ となる。 $Re_{bl} \approx 50$ となる乱流内部には小スケール乱流が存在し、界面近傍でその運動が浮力により大幅に抑制され、乱流外では図2に見られる内部重力波に伴う大スケールの速度や密度場の変動が支配的となる。同様の Re_{bl} の分布が安定密度成層下の乱流後流において確認されており[9]、砕波により生じる乱流塊であってもその外縁での浮力レイノルズ数の分布はせん断乱流のものと類似していることがわかる。

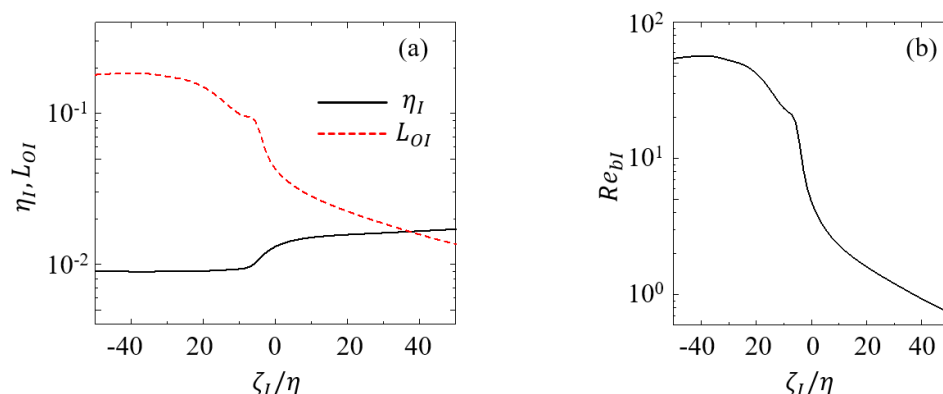


図6 界面層近傍の(a) コルモゴロフスケール η_I およびオズミドフスケール L_{OI} , (b) 浮力レイノルズ数 Re_{bI}

謝辞

本課題で用いた数値計算コードの開発にご協力いただいた片桐崇大氏（名古屋大学大学院）に感謝する。

文献

- [1] Smyth, W. D. and Moum, J. N., "Ocean mixing by Kelvin-Helmholtz instability," *Oceanography*, 25, pp. 140-149 (2012)
- [2] Portwood, G. D., de Bruyn Kops, S. M., Taylor, J. R., Salehipour, H., and Caulfield, C. P., "Robust identification of dynamically distinct regions in stratified turbulence," *J. Fluid Mech.*, 807, R2 (2016)
- [3] Salehipour, H., Peltier, W. R., Whalen, C. B., and MacKinnon, J. A., "A new characterization of the turbulent diapycnal diffusivities of mass and momentum in the ocean," *Geophys. Res. Lett.*, 43, pp. 3370-3379 (2016)
- [4] Yakovenko, S. N., Thomas, T. G., and Castro, I. P., "A turbulent patch arising from a breaking internal wave," *J. Fluid Mech.*, 677, pp. 103-133 (2011)
- [5] Watanabe, T., Riley, J. J., and Nagata, K., "Effects of stable stratification on turbulent/nonturbulent interfaces in turbulent mixing layers," *Phys. Rev. Fluids*, 1, 044301 (2016)
- [6] Watanabe, T., Riley, J. J., and Nagata, K., "Turbulent entrainment across turbulent-nonturbulent interfaces in stably stratified mixing layers," *Phys. Rev. Fluids*, 2, 104803 (2017)
- [7] Watanabe, T., Riley, J. J., Nagata, K., Onishi, R., and Matsuda, K., "A localized turbulent mixing layer in a uniformly stratified environment," *J. Fluid Mech.*, 849, pp. 245-276 (2018)
- [8] Watanabe, T., Riley, J. J., Nagata, K., Matsuda, K., and Onishi, R., "Hairpin vortices and highly elongated flow structures in a stably-stratified shear layer," *J. Fluid Mech.*, 878, pp. 37-61 (2019)
- [9] Watanabe, T., Riley, J. J., de Bruyn Kops, S. M., Diamessis, P. J., and Zhou, Q., "Turbulent/non-turbulent interfaces in

wakes in stably stratified fluids," *J. Fluid Mech.*, 797, pp. 1-11 (2016)

Internal Gravity Wave Emission from Three-dimensional Turbulent Spot

Project Representative

Tomoaki Watanabe

Department of Aerospace Engineering, Nagoya University

Authors

Tomoaki Watanabe*¹, Koji Nagata*¹, Shusei Tanaka*¹, Keigo Matsuda*², Ryo Onishi*²

*¹Department of Aerospace Engineering, Nagoya University,

*²Center for Earth Information Science and Technology, Research Institute for Value-Added-Information Generation, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

The breakdown of internal gravity waves in a stably stratified fluid generates turbulence, which promotes the mixing of mass, momentum, and energy. This project investigates turbulence generated by the internal gravity wave breakdown. Direct numerical simulation is performed for a stably stratified flow over a two-dimensional hill. The breakdown of the internal gravity wave excited over the hill generates the turbulent patch. The turbulent patch possesses large potential enstrophy, which is almost 0 outside the patch as the internal gravity wave does not propagate the potential enstrophy. The potential enstrophy is also used for detecting the interface that separates the turbulent patch and the outer region with internal gravity waves. The buoyancy Reynolds number is large in the turbulent patch, where small-scale turbulence exists. However, it rapidly decreases across the interface, which indicates that turbulent motions at the interface are suppressed for almost all length scales by the stable stratification.

Keywords : Turbulence, Stable stratification, Internal gravity wave, Direct numerical simulations, Turbulent/non-turbulent interface

1. Direct numerical simulation of turbulence generated by the breakdown of internal gravity waves

Direct numerical simulation (DNS) is performed for a stably-stratified flow over a two-dimensional hill. Figure 1 shows the schematic of the flow, where the inflow on one side of the computational domain has a constant velocity U_0 . A constant background density gradient $d\bar{\rho}/dz$ is assumed in the flow. Fundamental characteristics of this flow were studied by DNS in [1]. The streamwise, spanwise, and vertical directions are denoted by x , y , and z , respectively. We introduce the following normalized variables: position $x_i = \tilde{x}_i/h_0$; time $t = \tilde{t}/(h_0/U_0)$; velocity $u_i = \tilde{u}_i/U_0$; density $\rho = \tilde{\rho}/h_0(-d\bar{\rho}/dz)$; pressure $p = \tilde{p}/\rho_0 U_0^2$, where ρ_0 is a constant reference density and $\tilde{\cdot}$ represents a dimensional variable.

The hill with the height h_0 is located at the center of the bottom boundary. The shape of the hill is given by

$$z_h(x) = \frac{h_0}{2} [1 + \cos(\tilde{x})] \quad (|\tilde{x}| \leq \pi).$$

The computational domain size is $(L_x, L_y, L_z) = (100h_0, 10h_0, 10h_0)$. Non-slip boundary conditions are applied on the hill with an immersed boundary method while slip boundary conditions are applied to other parts of the bottom boundary and the top boundary. The convective boundary conditions are used for the outflow boundary. Periodic boundary conditions are applied in the y direction. The grey region in Fig. 1 is a sponge zone, where a 2nd-order low pass filter is used for suppressing spurious reflections of internal gravity waves at the

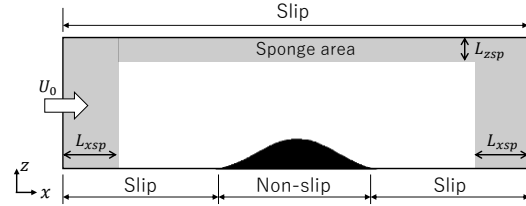


Figure 1 DNS of a flow over a two-dimensional hill.

boundaries, where $L_{xsp} = 25h_0$ and $L_{zsp} = 2h_0$.

The governing equations are the incompressible Navier-Stokes equations within the Boussinesq approximation. The flow is characterized by three non-dimensional parameters: Reynolds number $Re = U_0 h_0 / \nu$; Froude number $Fr = U_0 / h_0 N_b$; Prandtl number $Pr = \nu / \kappa$. Here, ν is the kinematic viscosity, $N_b = \sqrt{-(g/\rho_0)d\bar{\rho}/dz}$ is the buoyancy frequency, g is the gravitational acceleration, and κ is the diffusivity coefficient in the density transport equation. The DNS is conducted for $(Re, Fr, Pr) = (2000, 0.6, 1)$.

The DNS code is based on a finite difference method. The code employs the 3rd-order Runge-Kutta method for temporal discretization and 2nd-order central difference for spatial discretization. The Poisson equation for pressure is solved with the BiCGSTAB method. This code was also used in our previous studies on stably stratified turbulence [2-5]. The number of grid

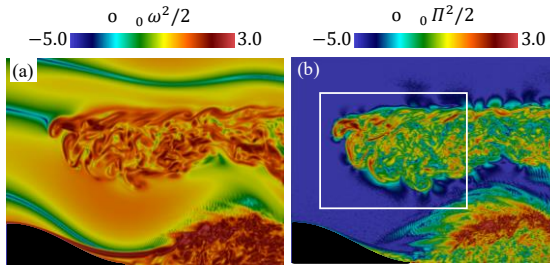


Figure 2 (a) Enstrophy and (b) potential enstrophy in a turbulent patch generated by an internal gravity wave breakdown.

points in each direction is $(N_x, N_y, N_z) = (4000, 1000, 1000)$.

2. Flow visualization

Figure 2 visualizes the turbulent patch generated by the breakdown of internal gravity waves over the hill. Figure 2(a) shows a contour plot of enstrophy $\omega^2/2 = \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\omega}/2$, where $\boldsymbol{\omega}$ is a vorticity vector. The turbulent patch appears in the middle of the internal gravity wave around the center of the figure as visualized by the enstrophy pattern associated with small-scale fluctuations of turbulence. The turbulence also arises beneath the turbulent patch because of the separated flow behind the hill. Figure 2(b) shows potential enstrophy $\Pi^2/2 = (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \rho)^2/2$. The potential enstrophy is not directly influenced by buoyancy and does not propagate with the internal gravity waves. Therefore, $\Pi^2/2$ is large only in the turbulent regions in Fig. 2(b).

3. Turbulent/non-turbulent interface

The turbulent patch is further investigated in the region in the white box in Fig. 2(b). The turbulent patch is detected as the region of $|\Pi| \geq \Pi_{th}$, where the threshold is determined by the dependence of the detected turbulent volume on Π_{th} [4]. Then, the interface between the turbulent patch and the outer non-turbulent region is obtained as the isosurface of $|\Pi| = \Pi_{th}$. We define the local coordinate ζ_I whose origin is located on the isosurface of $|\Pi| = \Pi_{th}$. The direction of ζ_I is the interface normal direction. Here, $\zeta_I < 0$ and $\zeta_I > 0$ are located in the turbulent and non-turbulent regions, respectively. Averages taken conditioned on ζ_I are denoted as $\langle * \rangle_I$. The buoyancy Reynolds number near the interface can be defined as $Re_{bl} = \varepsilon_I / \nu N_{bl}^2$ with the kinetic energy dissipation rate ε_I and the buoyancy frequency:

$$\varepsilon_I = (2/Re) \langle S_{ij} S_{ij} \rangle_I,$$

$$N_I = \sqrt{-(g/\rho_0) \langle \partial \rho / \partial z \rangle_I}.$$

Figure 3 shows the buoyancy Reynolds number near the interface, where the coordinate ζ_I is normalized by the Kolmogorov scale in the turbulent region. The turbulent patch for $\zeta_I \leq -30\eta$ has an almost constant value of $Re_{bl} \approx 50$, which is high enough for small-scale turbulence to exist under stable stratification. Re_{bl} gradually decreases as the interface ζ_I is approached,

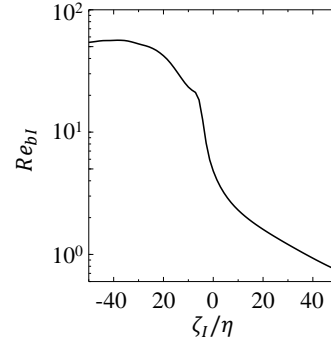


Figure 3 Buoyancy Reynolds number near the interface of the turbulent patch.

then rapidly drops to $Re_{bl} \sim 1$ near the interface. For these small values of Re_{bl} for $\zeta_I \geq 0$, the stable stratification suppresses turbulent motions at almost all length scales. This is also related to Fig. 2(a), where the outside of the turbulent patch exhibits the patterns of internal gravity waves without small-scale turbulence. A similar profile of Re_{bl} was found in a turbulent wake in a stably-stratified fluid [6] although the turbulent patch is generated by a different mechanism from the turbulent wake.

Acknowledgment

We acknowledge Mr. T. Katagiri (Nagoya University) for his help in the development of the DNS code used in this project.

References

- [1] Yakovenko, S. N., Thomas, T. G., and Castro, I. P., "A turbulent patch arising from a breaking internal wave," *J. Fluid Mech.*, 677, pp. 103-133 (2011)
- [2] Watanabe, T., Riley, J. J., and Nagata, K., "Effects of stable stratification on turbulent/nonturbulent interfaces in turbulent mixing layers," *Phys. Rev. Fluids*, 1, 044301 (2016)
- [3] Watanabe, T., Riley, J. J., and Nagata, K., "Turbulent entrainment across turbulent-nonturbulent interfaces in stably stratified mixing layers," *Phys. Rev. Fluids*, 2, 104803 (2017)
- [4] Watanabe, T., Riley, J. J., Nagata, K., Onishi, R., and Matsuda, K., "A localized turbulent mixing layer in a uniformly stratified environment," *J. Fluid Mech.*, 849, pp. 245-276 (2018)
- [5] Watanabe, T., Riley, J. J., Nagata, K., Matsuda, K., and Onishi, R., "Hairpin vortices and highly elongated flow structures in a stably-stratified shear layer," *J. Fluid Mech.*, 878, pp. 37-61 (2019)
- [6] Watanabe, T., Riley, J. J., de Bruyn Kops, S. M., Diamessis, P. J., and Zhou, Q., "Turbulent/non-turbulent interfaces in wakes in stably stratified fluids," *J. Fluid Mech.*, 797, pp. 1-11 (2016)