

幅広いプラントル数における対流と固体地球惑星科学への応用

課題責任者

宮腰 剛広 海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 数理科学・先端技術研究開発センター

著者

宮腰 剛広^{*1}, 柳澤 孝寿^{*2}

^{*1}海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 数理科学・先端技術研究開発センター、^{*2}海洋研究開発機構 海域地震火山部門 火山・地球内部研究センター

地球内部の流動現象にはプラントル数の大きい対流（マントル）から小さい対流（外核）まで、幅広いプラントル数が関係している。本課題ではその大小が支配する多様な現象を調べている。大きい極限であるマントル対流については、プレート運動とそれに伴う現象を調べる為、応力履歴依存粘性を考慮した3次元マントル対流の数値シミュレーションを実施した。その結果、プレート変形のプレート境界（海嶺、海溝）のみへの集中や、プレートの剛体的な運動といったプレート運動の持つ特徴を再現する事が出来た。また観測から分かっている、海嶺からの距離に応じた熱流量分布の傾向を再現した。さらに海嶺遠方のプレート直下に二次対流が生じる事が分かり、これが観測されている熱流量分布を説明する上で鍵となる事が分かった。小さいプラントル数を持つ外核の対流については、磁場によるローレンツ力の発生を考慮して、乱流が抑制され整ったロール状の対流が実現される条件を明らかにした。そして速い循環流速にもかかわらず二次元構造を保ったまま振動するというこれまでに知られていない振動モードが存在する事が分かった。

キーワード：マントル対流，プレート運動，二次対流，外核の対流，磁場

1. はじめに

プラントル数(Pr)とは流体の物性値である動粘性率（運動量の拡散率）と熱の拡散率との比である。水飴のように高い粘性率を持つものは高プラントル数の流体の典型例であり、地球のマントルを構成する岩石も長時間ではそのように振る舞う。一方、液体状態の金属は低粘性かつ熱拡散率が大きく、低プラントル数の流体の典型例であり、地球の外核を構成すると考えられている熔融状態の鉄もその範疇に入る。このように地球内部を構成する物質のプラントル数は多様であり、それによる流動、特に熱対流現象の理解にはそれぞれのプラントル数に即した扱いが必須であるとともに、様々な空間スケール・時間スケールを持つ興味深い現象が見られる。ここではマントルの対流（高プラントル数）と外核の対流（低プラントル数）についてそれぞれ、シミュレーションによる研究の結果を紹介する。

2. プレート運動を伴うマントル対流の数値シミュレーション

2.1 イントロダクション

現在までに知られている限り、地球はプレート運動を持つ唯一の惑星である。マントル対流により駆動されるプレート運動は、地球の表層環境に大きな影響を与えている。例えばそれは二酸化炭素の表層-地球内部間の循環を駆動し、その循環は地表温度が生命にとって快適な温度に保たれる為に重要な役割を果たしている。

プレートは海嶺から発生し、やがて海溝に沈み込むが、沈み込んだ後も地球内部に大きな影響を及ぼす。沈み込んだプレートはマントル内部を攪拌するため、プレート運動がどの程度の活発さを持っているかはマントル対流の様相、引いては地球内部の熱史にも影響を及ぼす。また、

沈み込んだ冷たいプレートは最終的にコア-マントル境界に横たわるが、この部分はコアの熱を周囲のマントル物質よりもより奪うと考えられる。コアの対流は地球ダイナモ過程を通じて地球磁場を生み出しているが、このコア-マントル境界に横たわる冷たいプレートはコア対流、引いては地球磁場の変動にも影響を及ぼす可能性がある。

以上のような現象（物質循環、地球内部熱史、沈み込んだプレートがコアに与える影響等）を正確に理解するには、まずその大前提としてプレート運動を伴うマントル対流が正確に解けなくてはならない。しかし、従来のプレート運動を伴うマントル対流モデルには問題点があった。プレートでは同じ応力下でも無傷な部分と、破壊されプレート境界となった部分という、二つの状態が共存している。それは一旦破壊を受けた後では（破壊強度よりもずっと小さい）固着強度まで応力が低下しないと元の硬さに復帰しないからなのだが、従来のモデルはこの特徴を考慮していなかった。我々はこの特徴を反映したマントル対流の三次元モデルを世界で初めて開発し、プレート運動とそれに伴う現象について調べた。

2.2 方法

マントルはプラントル数が非常に大きいので、（時間依存項および移流項は無視でき、）力のつり合いのナビエーストークスの式、質量保存の式、及び温度の時間発展の方程式を連立させて解く。粘性率は温度および圧力（深さ）に依存する。また粘性率は応力履歴にも依存する。二次元モデルで唯一提案されている応力履歴依存粘性[1]を三次元に拡張した。数値計算法としてはAcuTE法[2]を用いた。

2.3 結果

本研究の成果は査読付き学術論文として出版されている[3]。本項ではその要約を示す。

応力履歴依存粘性を導入した結果、数億年に渡る安定的なプレート運動や、プレート境界にのみ集中するプレート変形といったプレート運動の持つ特徴を再現する事が出来た。図1はシミュレーション結果の一例である。シミュレーションボックスのサイズは、高さ2900km（全マントル領域）、縦と横がそれぞれ11600kmである。上面の水平面が地球表面（プレート）であり、グレイスケールが粘性率分布（白が小さい；プレートが強い変形を受けている部分、黒が大きい；プレート内部）を表している。この結果から分かるように、プレートが変形を受けている部分が海嶺および海溝のみに集中するという、プレート運動の特徴がよく再現出来ている。また矢印は、そこでの速度ベクトルを表している。矢印の長さは速度ベクトルの大きさに比例している。速度ベクトルの分布から分かるように、プレート境界（白い部分）で区切られた各々のプレート内部では、速度ベクトルの大きさ及び向きがほぼすべて揃っており、各々のプレートが剛体運動する様子が再現出来ている。（粘性率の温度依存性を弱くすると、プレート全体に変形が生じる、weak plate regime と呼ばれる解が得られる。）

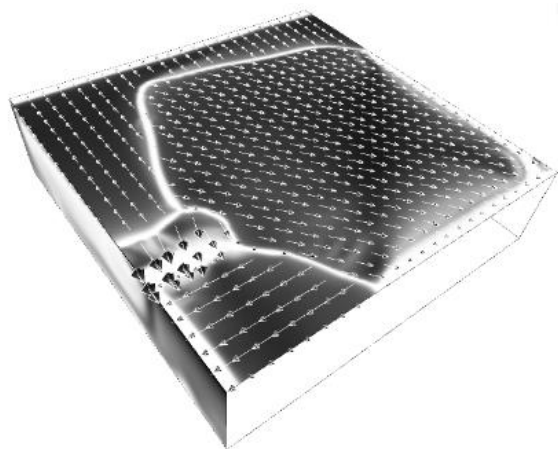


図1. 矢印は速度ベクトル、表面のグレイスケールは粘性率（白が小さく黒が大きい）、側面のグレイスケールは温度を表す。

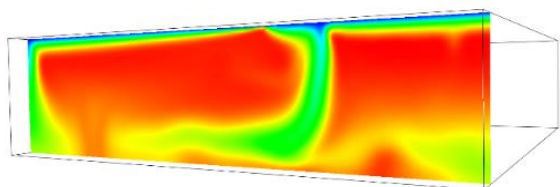


図2. 温度分布（低温から順に、青—緑—黄—赤）

図1の側面のグレイスケール面は温度分布を表している。同じ面を見やすい方向からカラースケールで見たものが図2である。赤や黄色が高温、緑や青が低温の部分を表す。温度分布と上面の粘性率分布を対応させると、プレートが変形している部分（海溝）からプレート（低温部分）が沈み込み、底面（コア—マントル境界）まで沈み込みそこで横たわっている様子が分かり、沈み込んだ後のプレートの挙動も良く捉えられている。図2では、左端と中央やや右寄りの二か所からプレートが沈み込んでいる。また、海嶺（図ほぼ中央）から海溝（左）に向かって、プレートの厚さが増大する様子も再現されている。

プレート運動は地球表面の水平方向の熱流量分布の不均質をもたらす。図3は、プレート面における、熱流量の2乗の逆数を色及びラインコンターで示したものである（青が値が小さく、赤が大きい）。プレートが熱伝導による冷却で（海嶺から遠ざかるほど）厚くなっていくという単純なモデルからは、この量は海嶺からの距離に応じて単調に増加していく事が予想される。実際の観測では、海嶺近傍では確かにそのような分布になるのだが、遠方になるとこの予測からずれ、この量はその予測よりも小さくなる（すなわち熱流量自体は大きくなる）。しかしながら、なぜそのような分布になるのかは分かっていない。

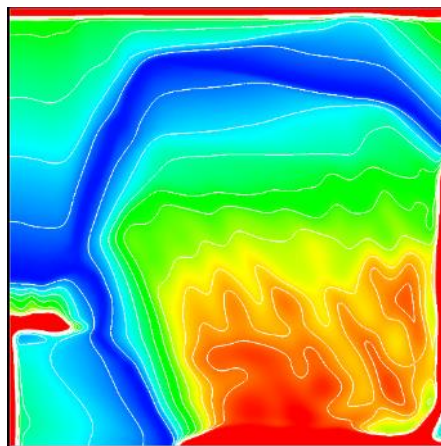


図3. プレート面上の、熱流量の2乗の逆数の分布。（値が大きい順に、赤—黄—緑—青）

我々のシミュレーション結果からは、海嶺近傍ではこの量は単調に増加するが、ある所からこの値はほぼ一定値になる（単調増加の予測よりも小さくなる）事が分かった。これは観測から得られている傾向と一致する。我々はシミュレーション結果から更に、なぜこのような分布になるのかも明らかにした。図4は海嶺から遠方の断面における速度ベクトル場分布である。位置関係は、図1において示されている側面のグレイスケール面が、そのまま

この図における側面のグレイスケール面に対応する。速度ベクトル分布から、プレート直下に二次的な対流運動が生じている事が分かる。この二次対流は、ロール構造をしており、その軸はプレート運動の方向と一致する。プレート面熱流量の予測からのずれは、このような二次対流によるものなのではないかという示唆はこれまでにあったのだが、実際に計算で確かめられた事は無かった。我々はプレート運動によりプレート直下に二次対流が実際に生じる事、そしてそれが観測から得られている熱流量分布の、海嶺遠方での予測からのずれを生じさせる事を明らかにした。この二次対流により、熱流量は予測（単純な熱伝導による冷却）よりも大きくなる。

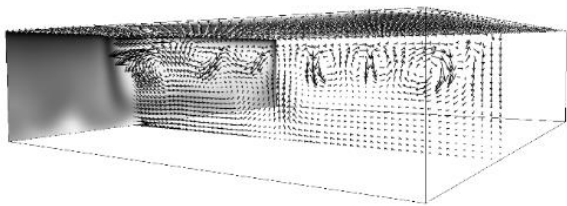


図4. 深さ方向の流れ場分布。

3. 液体状態の金属の対流への磁場の影響

3.1 イントロダクション

液体の状態にある金属の熱対流は、地球の外核での流れを理解するために重要な素過程である。溶融鉄に限らず液体金属は一般に低いプラントル数であるのみならず、高い電気伝導性を持っている。磁場があるところで液体金属が移動するとこの電気伝導性のためにローレンツ力が生じる。そして流れのパターンは無磁場の場合とは大きく異なったものとなる。大まかには、強磁場のもとでは磁場方向に流れの構造が変化しないようになる。さらに加えて現実の外核を囲んでいるマントルのように固体壁があると、速度の境界条件を満たすためにその近傍では磁場の方向にも流れの構造は変わらざるを得ない。両者の関係を明らかにすることは興味深い問題である。

3.2 方法

ここではそのような場合の最も基本となる設定として、固着壁に囲まれた矩形領域の内部での三次元的な流れ構造を調べる。磁場は水平方向（重力と直交する方向）にかけ、矩形の辺の向きは磁場と直交あるいは平行とする。上下の面に温度差を与えることにより熱対流を起こす。この設定は室内実験でも実現が可能であり、実験での流速分布の計測と対比させながら数値シミュレーションを実行した。実験の詳細は[4-7]にある。流体は Boussinesq 近似で扱い、液体金属を特徴づける Pr として 0.025 という小さい値を用いた。計算コードには有限差分法を用い、空間には一様なグリッドを採用している。シミュレーション手法の詳細は[8]にある。

3.3 結果

対流が発生する臨界のレイリー数 (Ra) を大きく超えた高 Ra においても、磁場が強い場合には図5に示すようにその方向に軸を持つ二次元性の強いロール対流が実現される。そしてロール構造は二次元構造を保ったまま振動することが分かった。このような振動の詳細を図6に示す。磁場と直交する対象領域の中央での鉛直断面において、流れ場から求められる磁場方向の渦度を赤青で表示したものである。赤が反時計回り、青が時計回りの回転を表している。上から下に時間が経過しており、振動のほぼ1周期分を見ている。二次元性が強いので磁場と直交する側壁のごく近傍を除いて、同じ構造の変化が同じ位相で見られる。振動の形態は次のような特徴をもつ。(1) ロールは隣のロールと逆位相の楕円的な変形を繰り返す。(2) ロールの軸の空間的な位置はほぼ不変である。(3) ロールの回転に伴い上下の面から逆向きの渦度をもつ領域が引き込まれる。

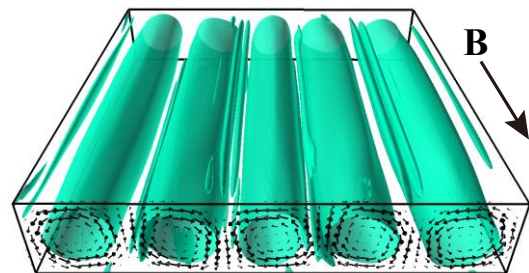


図5. 対象とする固着壁で囲まれた矩形の領域とそこに印加する磁場の方向。シミュレーションで再現された熱対流のロール構造を緑の面で示す。

三次元の空間においてこれまでに知られていたロール対流の振動は、ロールが軸方向に波打つタイプのものである。このような二次元を保った振動は強い水平磁場の影響下だからこそ実現される、新たに見出されたタイプの振動といえる。また、図6に見られる逆向きの渦度領域の顕著な引き込みも強磁場の下ならではの特徴であり、メインのロールの対流流速が大きいために実現するものである。つまり主ロールの流速と直径から見積もるレイノルズ数 (Re) が千を超えるような大きな値を持つために、上下壁面の近くにある二次的なロール構造を巻き込んでいくと解釈される。主ロールが楕円的な変形を繰り返し、それに伴ってこの巻き込みは周期的に起こっている。このような高い Re を持つロール構造は、水平磁場がかかっていなければ到底存在し続ける事は出来ず、巻き込んだ構造によって不安定化しすぐに崩壊してしまうものと思われる。

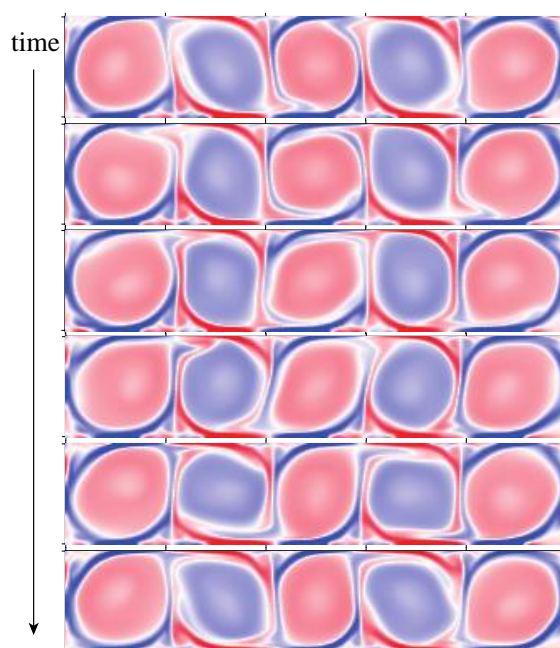


図6. ロール対流が示す二次元性の強い振動の状態。磁場と直交する鉛直断面において過度の正負を赤青で表したものを。

次に壁付近の流れに着目する。二次元的な振動をする主ロールが占めるコア領域と、流速がゼロとなる固着壁との間に位置する領域である。磁場と直交する方向の壁の近傍には流速ゼロと対流とのコア領域をつなぐハートマン境界層が形成され、その内部では大きな速度勾配ができる。ハートマン境界層の厚さは磁場強度に反比例して薄くなる事が知られている。そしてハートマン境界層の内部には高い電流密度が生じて強いローレンツ力が発生する。この力はコア領域の主ロールと壁面での流れを同じにしようとする向きに働く。つまり主ロールの回転速度を減じることになり、全体としてHartmann brakingと呼ばれる効果が生じる。これは壁から離れたコア領域にまで強く影響を与えて、二次元的なロール構造全体の流速が遅くなる。さてここでHartmann brakingの効き方は、磁場強度とともに薄くなるハートマン境界層が、磁場方向の形状の長さ(固着壁間の距離、つまりほぼロールの長さ)に占める比率が大きくなるほど顕著になると考えられる。すなわち、容器の磁場方向の形状を短くするとブレーキ効果が顕著になるという事である。我々は容器形状を変えたシミュレーションと実験を実施し、磁場強度と主ロールの流速との関係からこのことを定量的に確かめることに成功した。

4. まとめ

上述したように地球内部の流動現象の理解にはプラントル数の大きなレンジについての研究が不可欠であり、

それぞれにおいて極めて特徴的な対流の形態を示す。ここでは高粘性の極限といえるマンツルの対流を対象としてプレート運動の再現に成功した。これは地球のプレートについて実際に見られる特徴をよく説明できるモデルである。逆に高熱拡散の世界である外核の対流に関連して、磁場とロール対流の振動について調べ、これまでに知られていなかった振動の形態を見出した。

文献

- [1] M. Ogawa, “Plate-like regime of a numerically modeled thermal convection in a fluid with temperature-, pressure-, and stress-history-dependent viscosity”, *Journal of Geophysical Research*, vol. 108(B2), pp. 2067, 2003.
- [2] M. Kameyama, A. Kageyama, and T. Sato, “Multigrid iterative algorithm using pseudo-compressibility for three-dimensional mantle convection with strongly variable viscosity”, *Journal of Computational Physics*, vol. 206, pp. 162–181, 2005.
- [3] T. Miyagoshi, M. Kameyama, and M. Ogawa, “Tectonic plates in 3D mantle convection model with stress-history-dependent rheology”, *Earth, Planets and Space*, vol. 72, pp. 70, 2020
- [4] T. Yanagisawa, Y. Hamano, T. Miyagoshi, Y. Yamagishi, Y. Tasaka, and Y. Takeda, “Convection patterns in a liquid metal under an imposed horizontal magnetic field,” *Phys. Rev. E*, 83, 063020, 2013.
- [5] Y. Tasaka, K. Igaki, T. Yanagisawa, T. Vogt, T. Zuerner, and S. Eckert, “Regular flow reversals in Rayleigh-Bénard convection in a horizontal magnetic field,” *Phys. Rev. E*, 93, 043109, 2016.
- [6] T. Vogt, W. Ishimi, T. Yanagisawa, Y. Tasaka, A. Sakuraba, and S. Eckert, “Transition between quasi-two-dimensional and three-dimensional Rayleigh-Bénard convection in a horizontal magnetic field,” *Phys. Rev. Fluids*, 3, 013503, 2018.
- [7] M. Akashi, T. Yanagisawa, Y. Tasaka, T. Vogt, Y. Murai, and S. Eckert, “Transition from convective rolls to large-scale cellular structures in turbulent Rayleigh-Bénard convection in a liquid metal layer,” *Phys. Rev. Fluids*, 4, 033501, 2019.
- [8] T. Yanagisawa, Y. Hamano, and A. Sakuraba, “Flow reversals in low-Prandtl-number Rayleigh-Bénard convection controlled by horizontal circulations,” *Phys. Rev. E*, 92, 023018, 2015.

Convection in Various Prandtl Numbers and Its Application to Solid Earth Science

Project Representative

Takehiro Miyagoshi, Center for Mathematical Science and Advanced Technology, Research Institute for Value-Added-Information Generation, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

Authors

Takehiro Miyagoshi ^{*1}, Takatoshi Yanagisawa ^{*2}

^{*1}Center for Mathematical Science and Advanced Technology, Research Institute for Value-Added-Information Generation, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology, ^{*2}Volcanoes and Earth's Interior Research Center, Research Institute for Marine Geodynamics, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

Convective motions occurring in the Earth are important for many phenomena such as plate motion and geomagnetic field generation. The Prandtl number (Pr) of the convecting materials in the Earth have very wide range from 1020 (mantle) to 10⁻² (outer core). In this project, we are dealing both extremes. We have studied three-dimensional mantle (high Pr) convection with stress-history-dependent rheology to investigate plate motion driven by mantle convection. Our results show that concentration of deformation at plate boundary (ridge and trench), and stable plate motion like rigid body, which are observed in the plate motion of the Earth. We have also found that the formation of secondary convection just below the plate, which deeply relates to the distribution of heat flux on the plate. On the other hand, we have studied convection of liquid metal (low Pr) under the influence of applied magnetic field. We found a new style of quasi-two-dimensional oscillation of roll convection.

Keywords : mantle convection, plate motion, secondary convection, outer core, magnetic field

1. Mantle Convection simulation with plate motion

1.1 Introduction

As a thermal convection of extremely high Pr fluid, we have studied three-dimensional mantle convection with stress-history-dependent viscosity by expanding two-dimensional model suggested by Ogawa [1] to investigate plate motion driven by mantle convection. For numerical simulations, we have used ACuTE method [2].

1.2 Results

The results of this study have already been published [3]. Here we briefly summarize the results.

Fig. 1 shows one of numerical simulation results. As can be seen from this result, the characteristic of plate motion, in which the deformed part of the plate concentrates only on the ridge and trench, is well reproduced. The arrows show the velocity vector there. The length of the arrow is proportional to the magnitude of the velocity vector. As can be seen from the velocity vector distribution, inside each plate separated by the plate boundary (white part), the magnitude and direction of the velocity vector are almost all the same. So the rigid body motion of each plate is also reproduced.

Fig. 2 shows the reciprocal of the square of the heat flux on the plate (blue has a small value and red has a large value). From a simple model in which the plate becomes thicker due to heat conduction cooling, it is expected that this value will increase monotonically with the distance from the ridge. In actual observation, such distribution is certainly near the ridge, but at far distances, it deviates from this prediction, and this value becomes smaller than that prediction. However, the reason of the deviation has not been understood yet.

From our simulation results, this value increases monotonically near the ridge, but becomes almost constant far from the ridge. This is consistent with the trend obtained from observations. We also clarified from numerical simulation results why this distribution is obtained. We have found that secondary convection motion occurs just below the plate. Fig. 3 shows the velocity vector field distribution in a section far from the ridge. From this distribution, it can be seen that secondary convection motion occurs just below the plate. It has been suggested that the deviation of the heat flux from the prediction might be due to such secondary convection, but it has never been confirmed by numerical simulations. We have revealed that the plate motion certainly causes secondary convection just below the plate, and it causes deviation from the prediction of the heat flux distribution on the plate.

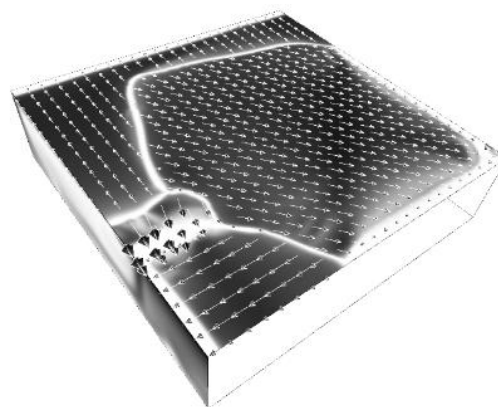


Fig.1. Velocity (arrow), viscosity (top surface; white and black show small and large value), and temperature (side grayscale)

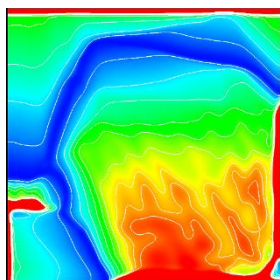


Fig.2. The reciprocal of the square of the heat flux on the plate.

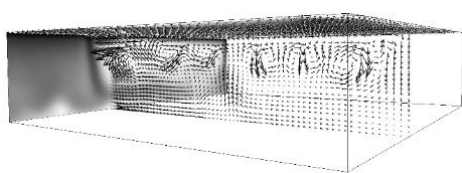


Fig.3. Flow distribution below the plate.

2. Convection of liquid metal under a magnetic field

2.1 Introduction

As a thermal convection of low Pr fluid, we have studied liquid metal convection under the influence of magnetic field. It is a study based on DNS that simulates the results of a series of laboratory experiments on liquid metal convection [4-7]. A uniform strong horizontal magnetic field is applied to a low Pr and electrically conductive fluid. The fluid is confined in a vessel with no-slip walls. For these numerical simulations, we have used the code identical to [8].

2.2 Results

Fig. 1 shows an example of the calculated flow structure under the magnetic field \mathbf{B} . If the intensity of \mathbf{B} is sufficiently high, the flow structure is almost two-dimensional roll and it oscillates with keeping two-dimensionality.

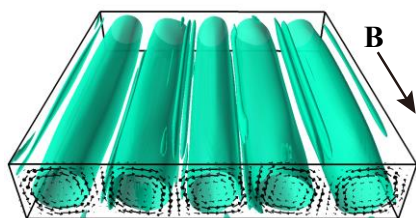


Fig.4. Convection rolls under a strong \mathbf{B} .

Fig. 9 indicates time variation for one period of oscillation by the color map of the vorticity on a vertical cross section. The most significant feature of this oscillation is the periodic entrainments of the secondary vortices located near the upper and lower

boundary by the main rolls. The entrainments arise from the high Reynolds number of the roll circulation due to the strong magnetic field. It is a newly identified style of two-dimensional oscillation in three-dimensional geometry.

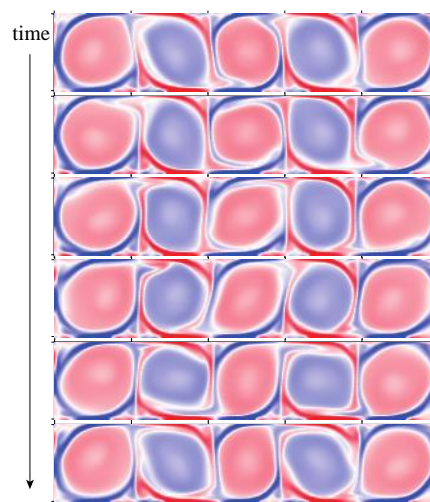


Fig.5. Oscillation of two-dimensional rolls under \mathbf{B} .

References

- [1] M. Ogawa, "Plate-like regime of a numerically modeled thermal convection in a fluid with temperature-, pressure-, and stress-history-dependent viscosity", *Journal of Geophysical Research*, vol. 108(B2), pp. 2067, 2003.
- [2] M. Kameyama, A. Kageyama, and T. Sato, "Multigrid iterative algorithm using pseudo-compressibility for three-dimensional mantle convection with strongly variable viscosity", *Journal of Computational Physics*, vol. 206, pp. 162–181, 2005.
- [3] T. Miyagoshi, M. Kameyama, and M. Ogawa, "Tectonic plates in 3D mantle convection model with stress-history-dependent rheology", *Earth, Planets and Space*, vol. 72, pp. 70, 2020.
- [4] T. Yanagisawa, Y. Hamano, T. Miyagoshi, Y. Yamagishi, Y. Tasaka, and Y. Takeda, "Convection patterns in a liquid metal under an imposed horizontal magnetic field," *Phys. Rev. E*, 83, 063020, 2013.
- [5] Y. Tasaka, K. Igaki, T. Yanagisawa, T. Vogt, T. Zuerner, and S. Eckert, "Regular flow reversals in Rayleigh-Bénard convection in a horizontal magnetic field," *Phys. Rev. E*, 93, 043109, 2016.
- [6] T. Vogt, W. Ishimi, T. Yanagisawa, Y. Tasaka, A. Sakuraba, and S. Eckert, "Transition between quasi-two-dimensional and three-dimensional Rayleigh-Bénard convection in a horizontal magnetic field," *Phys. Rev. Fluids*, 3, 013503, 2018.
- [7] M. Akashi, T. Yanagisawa, Y. Tasaka, T. Vogt, Y. Murai, and S. Eckert, "Transition from convective rolls to large-scale cellular structures in turbulent Rayleigh-Bénard convection in a liquid metal layer," *Phys. Rev. Fluids*, 4, 033501, 2019.
- [8] T. Yanagisawa, Y. Hamano, and A. Sakuraba, "Flow reversals in low-Prandtl-number Rayleigh-Bénard convection controlled by horizontal circulations," *Phys. Rev. E*, 92, 023018, 2015.