

回転球殻熱対流の高解像度長時間積分～木星型惑星大気縞状構造の成因の解明を目指して

課題責任者

竹広 真一 京都大学数理解析研究所

著者

竹広 真一*¹, 佐々木 洋平*², 石岡 圭一*³

*¹ 京都大学数理解析研究所, *² 摂南大学理工学部 (兼) 基礎理工学機構, *³ 京都大学大学院理学研究科地球惑星科学専攻

木星型惑星(木星・土星)表層大気の力学的な特色である縞状パターンはこれまでに多くの大気科学研究者の関心を引いてきたが、現在のところ、これらの特徴を矛盾なく整合的に説明できる満足な力学的描像と理解は得られてはいない。本研究では、地球シミュレータの豊富な計算資源を利用することにより、全球規模から微細規模対流までわたる空間スケールを統一的にあつかう大規模数値計算を実行し、従来の数値モデルでは表現できなかった微細規模の対流や乱流の構造を解像し、木星型惑星大気に見られる表面流の大規模構造の力学的成因を解明することを目指している。

今年度は薄い回転球殻内のブシネスク熱対流の長時間数値計算を全球領域で遂行し、超粘性に対してのパラメータ実験を行い、赤道域および中高緯度領域の帯状流の生成維持の様子を吟味した。プラントル数、エクマン数、修正レイリー数、内外半径比はそれぞれ $0.1, 3 \times 10^{-6}, 0.05, 0.85$ である。超粘性の強さを変更して計算した結果は、いずれの場合も初期に赤道域の強い順行ジェットと中高緯度の縞状構造が生成され、木星型大気の大規模パターンに似た帯状風分布が観察される。しかしながら、その後時間積分を続けると、すべてのケースで中高緯度での縞状構造が消滅し、南北半球でそれぞれ 1 本の順行ジェットが出現した。長時間積分で中高緯度の縞状構造が消滅したことは、木星・土星の帯状流が惑星深部の対流運動により直接的に生成されていない可能性を示唆するかもしれない。

キーワード：木星，土星，縞状構造，赤道順行流

1. はじめに

木星と土星の表層の流れは、赤道周辺の幅の広い順行ジェットと中高緯度で交互に現われる互いに逆向きの幅の狭いジェットが特徴的である。この表層のジェットが深部領域の対流によって生成されているのか、表層の流体運動の結果なのかは未だに明らかになっていない。伝統的な知見では、流体層の厚さが惑星半径に比して十分小さい「浅い」モデル、すなわち、鉛直方向の静水圧近似の仮定の下で深部からの熱流と太陽加熱によって大気の運動が駆動されるモデルでは、中高緯度の交互に表われる幅の狭いジェットは再現されるものの、赤道域のジェットは必ずしも順行方向とはならない。一方で、流体層の厚さが惑星半径に匹敵する「深いモデル」、すなわち高速回転する球殻中の熱対流モデルでは、赤道域の順行するジェットは容易に生成されるものの、中高緯度の交互に表われるジェットの生成が困難である、と考えられていた。

このような状況において、これまでに考えられていた深いモデルよりも薄い球殻領域内の深部対流運動を考えることで、赤道域の順行流と中高緯度の交互に現われる狭いジェットが共存する状態を数値的に再現できることを主張したのが Heimpel and Aurnou (2007) [1] である。この研究をきっかけとして、薄い回転球殻内の熱対流の研究が活発に行われるようになり、最近では動径方向の密度変化を考慮した非弾性系モデルの高解像度数値計算

によりジェット形成問題の研究が行われてきている (e. g. Gastine et al. 2014 [2], Heimpel et al. 2015 [3]).

しかしながら、これらの研究では経度方向の対称性を仮定したいわゆるセクター領域の計算であり、全球ではなく一部の領域の流体運動しか解いていない。このような領域の制限は流れ場全体の構造に影響を与えている可能性がある。例えば、2 次元乱流的なエネルギーの逆カスケードが十分に作用し、互い違いの縞状ジェットが生成されないかもしれない。また、生成される帯状流が不安定となって縞状ジェットが壊されてしまうかもしれない。加えて統計的定常状態に達するに十分な長時間積分が行われているかが疑問であった。

そこでわれわれは、薄い回転球殻内の熱対流の全球領域数値計算をこれまでの研究よりも長時間の積分を実行し、得られる赤道域および中高緯度領域の帯状流分布に計算領域が影響するかを吟味してきた。その結果、セクター計算の場合には赤道順行ジェットと中高緯度の縞状ジェットが長時間維持されるのに対して、全球計算においては中高緯度の縞状構造が消滅し、赤道および各半球の中高緯度に 1 本ずつ、3 本の順行ジェットしか存在しない状態となった (竹広他 2015 [4])。今年度はこのような縞状構造の生成消滅の超粘性パラメータに対する依存性を系統的に調べた。

2. モデルと実験設定

回転角速度 Ω で回転する内径 r_i 外径 r_o の球殻中のブシネスク流体の運動を考える. 長さスケールとして球殻の厚さ $D = r_o - r_i$, 時間スケールとして回転周期 $1/\Omega$, 温度スケールとして球殻の上下端の温度差 ΔT を用いてスケーリングを行なう. 支配方程式系は以下の通りである.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{u} &= 0, \\ \partial_t \vec{u} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} + k_2 \vec{\tau} \times \vec{u} &= -\nabla \Pi + R_a (\vec{r}^*/r_o) + E_k \nabla^2 \vec{u}, \\ \partial_t T + \nabla \cdot (\vec{u} T) &= (E_k/P_r) \nabla^2 T, \end{aligned}$$

ここで \vec{u}, T, Π は速度, 温度擾乱および非静水圧力, \vec{k} は回転軸方向の単位ベクトル, \vec{r}^* は球殻中心からの位置ベクトルである. 方程式系にあらわれる無次元数は HA2007 と同じ値を用いる. すなわち, プラントル数 $P_r = \nu/\kappa = 0.1$, エクマン数 $E_k = \nu/\Omega D^2 = 3 \times 10^{-6}$, 修正レイリー数 $R_a = \alpha g_o \Delta T / \Omega^2 D = 0.05$ とする. 球殻の内径外径比も HA2007 と同じく $r_i/r_o = 0.85$ とする. ここで ν, κ, α, g_o はそれぞれ動粘性率, 熱拡散率, 熱膨張率, 球殻上端での重力加速度である. 内外境界球面においては, 温度固定条件および応力無し条件を適用する.

連続の式を満たすために, 速度場をトロイダル・ポロイダルポテンシャルに分解する.

$$\vec{u} = \nabla \times (\psi \vec{r}) + \nabla \times \nabla \times (\phi \vec{r})$$

ここで ψ, ϕ は速度場のトロイダル・ポロイダルポテンシャルである. 支配方程式をトロイダル・ポロイダルポテンシャルで表し, スペクトル法を適用する. すなわち, 速度場のポテンシャル ψ, ϕ と温度場 T を水平方向に球面調和関数, 鉛直方向にチェビシェフ多項式で展開する. 非線形項の評価には変換法を用いる. 時間積分は拡散項については Crank-Nicolson 法, それ以外の項には 2 次の Adams-Bashforth 法を適用する.

実空間での格子点は, 間隔を HA2007 に揃えつつ計算領域を全球に広げ, 経度方向に 1024 点, 緯度方向に 512 点, 鉛直方向に 65 点を配置する. 一方スペクトル空間では, 球面調和関数の全波数を 341, チェビシェフ多項式を 64 次までで打ち切る. 比較のため, HA2007 と同様に経度方向に 8 回対称性を仮定した計算も行なう.

静止場かつ熱伝導解にランダムな擾乱を加えた温度場を初期条件として与え, 時間積分を実行する.

また, HA2007 と同様の次のような超粘性を導入する.

$$\nu = \nu_0 (l \leq l_0), \nu_0 [1 + \varepsilon(l - l_0)^2] (l > l_0)$$

ここで l は水平全波数である. 本研究では超粘性のパラメータのうち $l_0 = 170$ と固定し, 係数 $\varepsilon = 10^{-4}, 10^{-2}, 1$ と変えた長時間計算を行なった.

3. 結果

図 1 には全球計算での $t=75000$ (約 12000 回転) における動径速度分布を示している. もっとも対流不安定と考えられる接円筒 (内側境界球に赤道で接する仮想的な円筒面) 外側領域だけでなく, 接円筒内部においても活発な対流プルームが存在している (図 1 左).

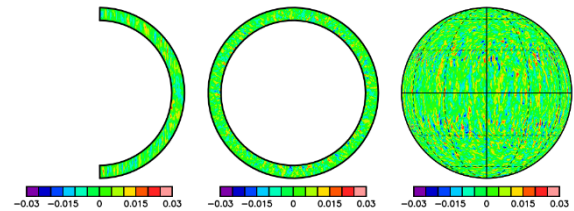


図 1. 全球計算での $t=75000$ (約 12000 回転) における動径速度. それぞれ左から子午面断面, 赤道断面, 球殻中間球面での分布.

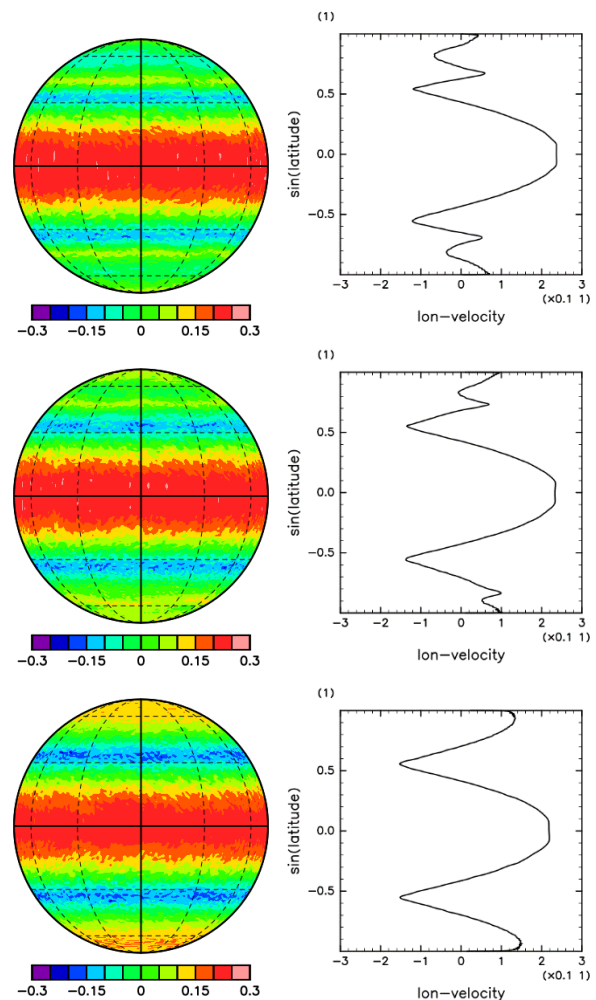


図 2. 全球計算での表面帯状流 (左) とその経度平均 (右) の時間変化. 上から $t=42500$ (約 6800 回転), $t=55000$ (約 8750 回転), $t=75000$ (約 12000 回転).

図2には全球計算での $\varepsilon = 10^{-2}$ における表面での東西流およびその帯状平均分布の時間変化を示している。7000 回転まで時間積分したところ、HA2007 の結果と整合的な東向き赤道ジェットと中高緯度の縞状構造が出現した(図 1 上)。南北 30 度付近の東風ジェットのピークが接円筒の位置に対応していることに注意されたい。しかしながら、さらに時間積分を進めると、約 45 度より高緯度側領域が全体に西風加速され縞状構造が消滅していき(図 1 中) 12000 回転にいたると南北中高緯度に幅広の東向き帯状流がそれぞれ 1 本ずつ出現した(図 1 下)。

図 3 には経度方向 8 回対称性を仮定した計算での $\varepsilon = 10^{-2}$ における表面での東西流およびその帯状平均分布の時間変化を示している。全球計算ほど明瞭ではないが、やはり時間積分の早期段階で東向き赤道ジェットと中高緯度の縞状構造が出現した後に、高緯度側の縞状構造が消失し、南北中高緯度に幅広の東向き帯状流がそれぞれ 1 本ずつ出現した。全球計算よりも縞状構造の消失が早く起こっている。

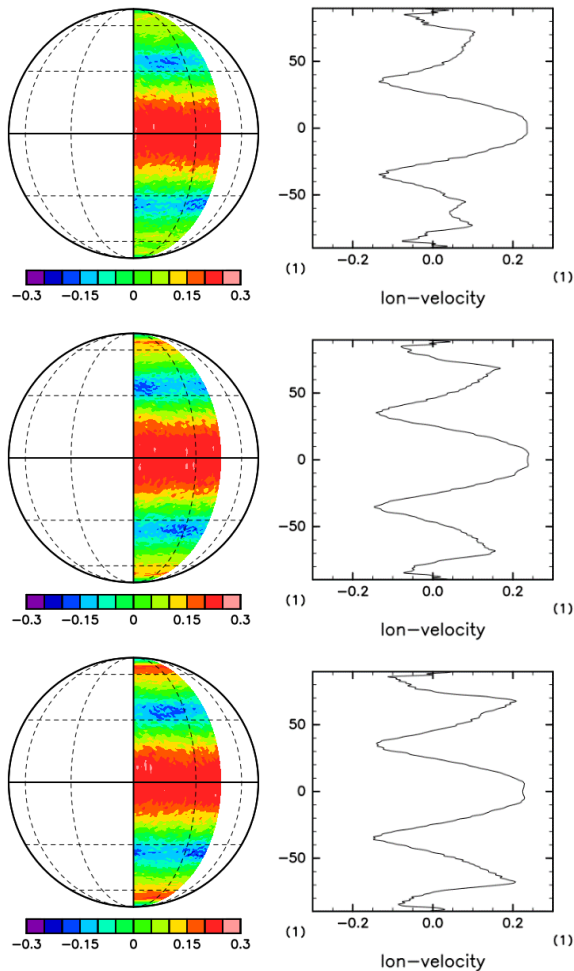


図 3. 経度方向 8 回対称計算での表面帯状流(左)とその経度平均(右)の時間変化。上から $t=42500$ (約 6800 回転), $t=55000$ (約 8750 回転), $t=75000$ (約 12000 回転)。

超粘性パラメータ ε を変化させて時間積分を実行した表面東西流の比較を図 4 に示している。散逸が弱くなるほど高緯度ジェットに比べて赤道ジェットが弱くなっていく傾向がみられる。図 5 では表面平均東西流の比較を、経度方向 8 回対称性を仮定した計算も含めて比較している。散逸が弱くなるにつれて、高緯度の 1 本のジェットが鋭くなっていく様子が見て取れる。この傾向は経度方向に対称性を仮定しても変わらない。

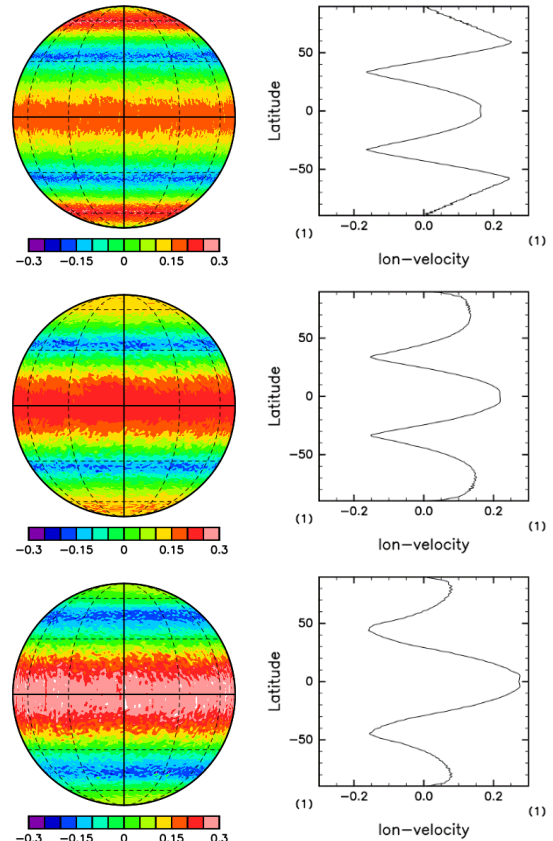


図 4. 様々な超粘性パラメータでの表面帯状流(左)とその経度平均(右)。全球計算での $t=75000$ (約 12000 回転)。上から $\varepsilon = 10^{-4}, 10^{-2}, 1$ の場合。

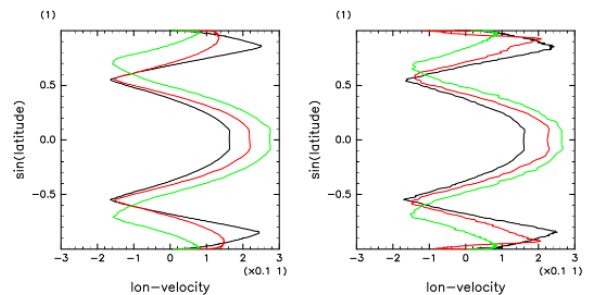


図 5. $t=75000$ (約 12000 回転) での平均表面帯状流の超粘性パラメータ依存性。左が全球計算、右が経度方向 8 回対称計算。黒、赤、緑がそれぞれ $\varepsilon = 10^{-4}, 10^{-2}, 1$ の場合を表している。

4. まとめ

薄い球殻での回転ブシネスク熱対流の長時間積分をさまざまな超粘性散逸パラメータ ε のもとで実行した。その結果、散逸パラメータに関係なく、高緯度での縞状構造が消滅し、南北半球でそれぞれ 1 本の順行ジェットが出現した。長時間積分で中高緯度の縞状構造が消滅したことは、木星・土星の帯状流が惑星深部の対流運動により直接的に生成されてはいないことを示唆するかもしれない。

謝辞

本研究の数値計算には海洋研究開発機構の地球シミュレータ (ES3) を用いた。数値モデルには ISPACK およびその Fortran90 ラッパーである SPMODEL を用いた。また、最適化のためスペクトル変換計算の一部に AFES の変換ライブラリを使用した。

文献

- [1] M. Heimpel and J. Aurnou, "Turbulent convection in rapidly rotating spherical shells: A model for equatorial and high latitude jets on Jupiter and Saturn", *Icarus*, 187, 540--557, (April 2007)
- [2] T. Gastine, M. Heimpel and J. Wicht, "Zonal flow scaling in rapidly-rotating compressible convection", *Phys. Earth Planet. Inter.*, 232, 36--50, (April 2014)
- [3] M. Heimpel, T. Gastine and J. Wicht, "Simulation of deep-seated zonal jets and shallow vortices in gas giant atmospheres", *Nature GeoSci.*, 9, 19--23, (November 2015)
- [4] S. Takehiro, Y. Sasaki and K. Ishioka, "Disappearance of Surface Banded Structure Produced by Thermal Convection in Rapidly Rotating Thin Spherical Shells", *Annual Report of the Earth Simulator*, April 2014--March 2015, 128--129, (November 2015)

Long-time Numerical Integration of Highly Resolved Rotating Spherical Convection to Elucidate the Origin of Banded Structure Observed in Jovian Type Planetary Atmospheres

Project Representative

Shin-ichi Takehiro Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University

Authors

Shin-ichi Takehiro ^{*1}, Youhei Sasaki ^{*2}, and Keiichi Ishioka ^{*3}

^{*1} Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University, ^{*2} Department of Architecture/Institute of Fundamental Sciences, Faculty of Science and Engineering, Setsunan University, ^{*3} Department of Earth and Planetary Sciences, Graduate School of Science, Kyoto University

Banded structures and alternating zonal jets observed in the surface atmospheres of Jupiter and Saturn have attracted many researchers in planetary atmospheric sciences, however, their physical explanations and understandings are not satisfactory. In this study, we try to perform massive parallel numerical experiments treating both small scale convection and planetary scale flows simultaneously, and to illustrate dynamical origin of global scale structures of surface flows of Jovian planets.

In the present study, we perform numerical simulations of thermal convection in the whole thin spherical shell domain for various strength of hyper viscosity. After long time integrations, alternating jets in mid- and high- latitudes merge and only one prograde jet appears in each hemisphere, independent of the hyper viscosity parameter. The results suggest possibility that the surface zonal flows of the gas giants are not directly produced by fluid motions in the deep interior of the planets.

Keywords : Jupiter, Saturn, banded structure, equatorial prograde jet

1. Introduction

Surface flows of Jupiter and Saturn are characterized by broad prograde zonal jets around the equator (equatorial superrotation) and narrow alternating zonal jets in mid- and high-latitudes. “Shallow” models can produce narrow alternating jets in mid- and high-latitudes, while equatorial jets are not necessarily prograde. On the other hand, “deep” models can produce equatorial prograde flows easily, while it seems to be difficult to generate alternating jets in mid- and high-latitudes.

One of the researches to overcome these difficulties was performed by Heimpel and Aurnou (2007) [1], proposing thermal convection in a rapidly rotating thin spherical shell model. They showed that the equatorial prograde zonal jets and alternating zonal jets in mid- and high-latitudes can be produced simultaneously when the Rayleigh number is sufficiently large and convection becomes active even inside the tangent cylinder. Successive studies for the zonal flow generation problem in thin rotating spherical shells have been performed, some of which deal with radial density contrast using anelastic systems. (e.g. Gastine et al. 2014 [2], Heimpel et al. 2015 [3]).

However, these studies assume longitudinal symmetry and calculate fluid motion only in a sector of the whole spherical shell. Such artificial limitation of the computational domain

may influence the structure of the global flow field. For example, zonal flows may not develop efficiently due to the insufficient upward cascade of two-dimensional turbulence, or stability of mean zonal flows may change with the domain size in the longitudinal direction. Moreover, their integration times seem to be insufficient for achieving statistically steady states.

In order to clarify these points, we performed long-time numerical experiment of thermal convection both in the one-eighth sector of the whole spherical shell and in the whole thin spherical shell domain, where the experimental setup was the same as that of Heimpel and Aurnou (2007). The results showed that a strong equatorial prograde surface zonal jet and weak alternating banded zonal jets in mid- and high-latitudes appeared simultaneously in the 1/8 sector domain calculation, while in the whole domain calculation, banded zonal jets in mid- and high- latitudes disappeared and only three prograde jets (equatorial and high-latitudes jets) survived (Takehiro et al. 2015 [4]). Here, we further investigate dependence of the generation and disappearance of the banded structures in mid- and high-latitudes on a hyper viscosity parameter.

2. Model

We consider Boussinesq fluid in a spherical shell rotating with a constant angular velocity Ω . The non-dimensionalized governing equations consist of equations of continuity, motion,

and temperature [2]. The non-dimensional parameters appearing in the governing equations are the Prandtl number, $P_r = \nu/\kappa = 0.1$, the Ekman number, $E_k = \nu/\Omega D^2 = 3 \times 10^{-6}$, the modified Rayleigh number, $R_a = \alpha g_o \Delta T / \Omega^2 D = 0.05$, where $\nu, D, \kappa, \alpha, r_o, g_o$, and ΔT are the kinematic viscosity, the shell thickness, the thermal diffusivity, the outer radius of the shell, the thermal expansion coefficient, the acceleration of gravity at the outer boundary, and the temperature difference between the boundaries, respectively. The spherical shell geometry is defined by the radius ratio, $r_i/r_o = 0.85$, where r_i is the inner radius of the shell. The thermal boundary condition is fixed temperature. Free-slip condition is adopted at the top boundary, while no-slip condition is applied at the bottom boundary. The initial condition of the velocity field is state of rest and that of the temperature field is the steady state solution of the heat conduction equation with random temperature perturbations.

Following HA2007, we introduce the hyper viscosity as:

$$\nu = \nu_0 (l \leq l_0), \nu_0 [1 + \varepsilon(l - l_0)^2] (l > l_0),$$

where l is the total horizontal wavenumber. We fix l_0 to 170, and varies ε as $10^{-4}, 10^{-2}, 1$.

3. Results

Fig.1 shows the results of time integration for 75000 non-dimensional time (about 12000 rotation) for various values of ε .

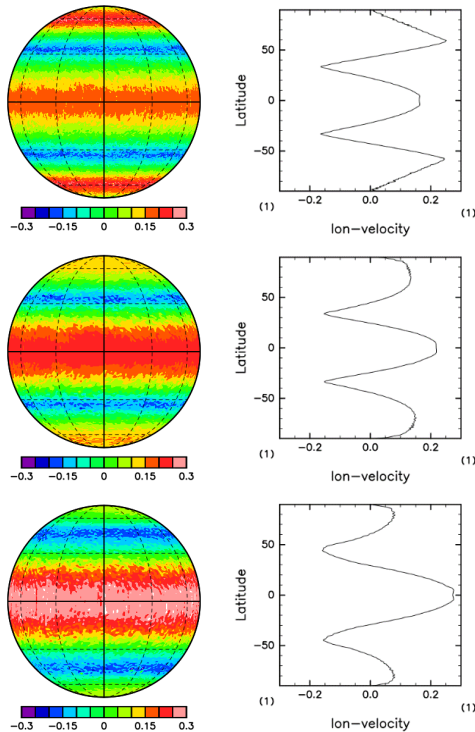


Fig. 1: Surface longitudinal velocity field (left panels) and their longitudinal average (right panels). From top to bottom, the cases with $\varepsilon = 10^{-4}, 10^{-2}, 1$ are shown.

The banded structure disappears and only one prograde jet exists in high-latitudes of each hemisphere for all cases. The prograde jet is sharp when $\varepsilon = 10^{-4}$, while it become blunt and weak when ε is increased.

Fig.2 compares zonally averaged surface flows more clearly. Note that even when the eight-fold longitudinal symmetry is assumed, dependence of the zonal flows are the same as those in full spherical calculations.

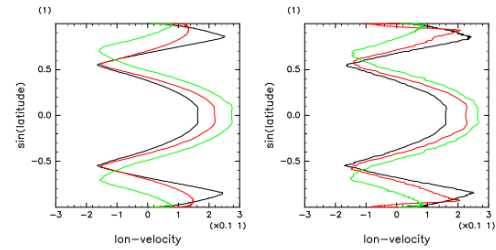


Fig. 2: Comparison of zonally averaged surface zonal flows for various values of ε . Black, red and green lines indicate the cases for $\varepsilon = 10^{-4}, 10^{-2}, 1$, respectively. The left and right panels show the calculations in the full spherical geometry and the eight-fold symmetry domain in longitude, respectively.

4. Summary

We performed long-time numerical experiment of Boussinesq thermal convection in a rotating spherical shell for several values of the hyper-viscosity parameter. The results show that there appears only one prograde jet in high-latitudes of each hemisphere regardless of the hyper-viscosity parameter. The results suggest the possibility that the surface zonal flows of the gas giants are not directly produced by fluid motions in the deep interior of the planets.

Acknowledgement

Numerical computation was carried out on the Earth Simulator (ES3) at the Japan Agency for Marine Earth Science and Technology.

References

- [1] M. Heimpel and J. Aurnou, "Turbulent convection in rapidly rotating spherical shells: A model for equatorial and high latitude jets on Jupiter and Saturn", *Icarus*, 187, 540–557, (April 2007)
- [2] T. Gastine, M. Heimpel and J. Wicht, "Zonal flow scaling in rapidly-rotating compressible convection", *Phys. Earth Planet. Inter.*, 232, 36–50, (April 2014)
- [3] M. Heimpel, T. Gastine and J. Wicht, "Simulation of deep-seated zonal jets and shallow vortices in gas giant atmospheres", *Nature GeoSci.*, 9, 19–23, (November 2015)
- [4] S. Takehiro, Y. Sasaki and K. Ishioka, "Disappearance of Surface Banded Structure Produced

by Thermal Convection in Rapidly Rotating Thin Spherical Shells”, Annual Report of the Earth Simulator, April 2014–March 2015, 128–129, (November 2015)