

# 安定密度成層中の内部せん断層による乱流維持機構

課題責任者

渡邊 智昭 名古屋大学大学院 工学研究科

著者

渡邊 智昭\*<sup>1</sup>, 長田 孝二\*<sup>1</sup>, 片桐 崇大\*<sup>1</sup>, 山内 優果\*<sup>1</sup>,  
松田 景吾\*<sup>2</sup>, 大西 領\*<sup>2,3</sup>

\*<sup>1</sup>名古屋大学大学院 工学研究科, \*<sup>2</sup>海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門 地球情報基盤センター,

\*<sup>3</sup>東京工業大学大学院 学術国際情報センター

海洋や大気中の流れでは安定密度成層が頻繁に形成される。安定密度成層中では浮力により大スケールの乱流運動が抑制されるものの、小スケールの活発な乱流が存在することが知られている。こうした小スケール乱流は乱流内部のせん断不安定性により生成されることが予想されているものの、乱流中のせん断運動の解析が困難であることから、乱流内部のせん断による小スケール乱流の生成過程の詳細が明らかとなっていない。本研究課題では、速度勾配テンソルからせん断成分を抽出し、せん断を表すテンソルの解析により強いせん断を伴う乱流構造の位置や方向を同定する手法を構築した。さらに、乱流の大規模数値計算データに本手法を適用することで乱流内のせん断層構造を調査した。薄いせん断層が二軸歪み中に発達することや、せん断層厚さとせん断の速度差が乱流のレイノルズ数に依らずコルモゴロフスケールにより決まることが明らかとなった。また、せん断層構造の崩壊が小スケールの渦管構造を生み出す過程が示された。

キーワード：乱流，安定密度成層，せん断層，直接数値計算，三成分分解

## 1. 緒論

大気や海洋中では流体の温度分布などにより安定な密度成層が頻繁に形成される。乱流による密度や運動量の拡散は地球規模の流れにおいて重要な役割を果たしている[1]。安定密度成層下では浮力により重力方向の乱流運動が抑制される。浮力による乱流運動の抑制は大スケールに対して強く働き、安定密度成層下であっても小スケールの活発な乱流が流れの中に存在する。安定密度成層下で小スケール乱流を維持する機構として、水平方向の大スケール運動により局所的に形成される速度せん断の不安定性などが提案されている[2]。

乱流内部において強い速度せん断を伴う領域は扁平な形状を持ち、せん断層構造として流れの中に存在する。乱流内のせん断層の重要性が認識されていたものの、その詳細な調査は行われていない。これは乱流内の速度変動場から強いせん断領域を検出することが困難であったためである。なお、速度勾配は剛体回転やせん断を伴わない流体要素の変形によっても生じるため、速度勾配が大きいことは必ずしも速度せん断が強いことを意味しない。

こうした点を踏まえ、本研究では乱流中の速度せん断を定量的に評価し、乱流内部のせん断層を統計的に調査する手法を新たに提案する。乱流の数値計算を行い、せん断層の特性やその不安定性により小スケール乱流が生成される機構を明らかにする。

## 2. せん断層構造の解析

せん断層解析には速度勾配テンソル $\nabla u$ を回転、せん断、

伸長ひずみ成分に分解する三成分分解 $\nabla u = \nabla u_R + \nabla u_S + \nabla u_E$ を用いる[3]。ここで、添え字R, SおよびEはそれぞれ、回転、せん断、伸長歪みを表す。以下では、 $(\nabla u)_{ij} = \partial u_i / \partial x_j$ のようにテンソルの成分を添え字 $ij$ により示す。三成分分解ではせん断テンソルを次式により求める。

$$(\nabla u_S)_{ij} = (\nabla u)_{ij} - [\text{sgn}(\nabla u)_{ij}] \min[|(\nabla u)_{ij}|, |(\nabla u)_{ji}|] \\ (i, j) = (1, 2) \text{ or } (1, 3) \quad (1)$$

$$(\nabla u_S)_{ij} = 0 \quad \text{Otherwise} \quad (2)$$

ここで  $\text{sgn}$  は符号関数である。上式により得られるせん断テンソルのノルムが最も大きくなる座標系 (Basic Reference Frame と呼ばれる) で分解を適用する。Basic Reference Frame は以下の手順で求められる[4]。角度 $\alpha, \beta, \gamma$ の回転を $x, y, z$ 軸周りに順に適用して得られる座標系において、式(1, 2)の分解を適用しせん断テンソルのノルムを評価する。 $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ, 0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ, 0^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$ の範囲で $(\nabla u)_S$ のノルムが最も大きくなる角度 $\alpha, \beta, \gamma$

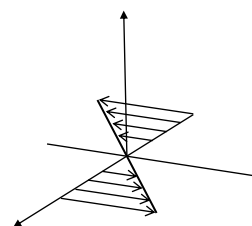


図1 せん断座標

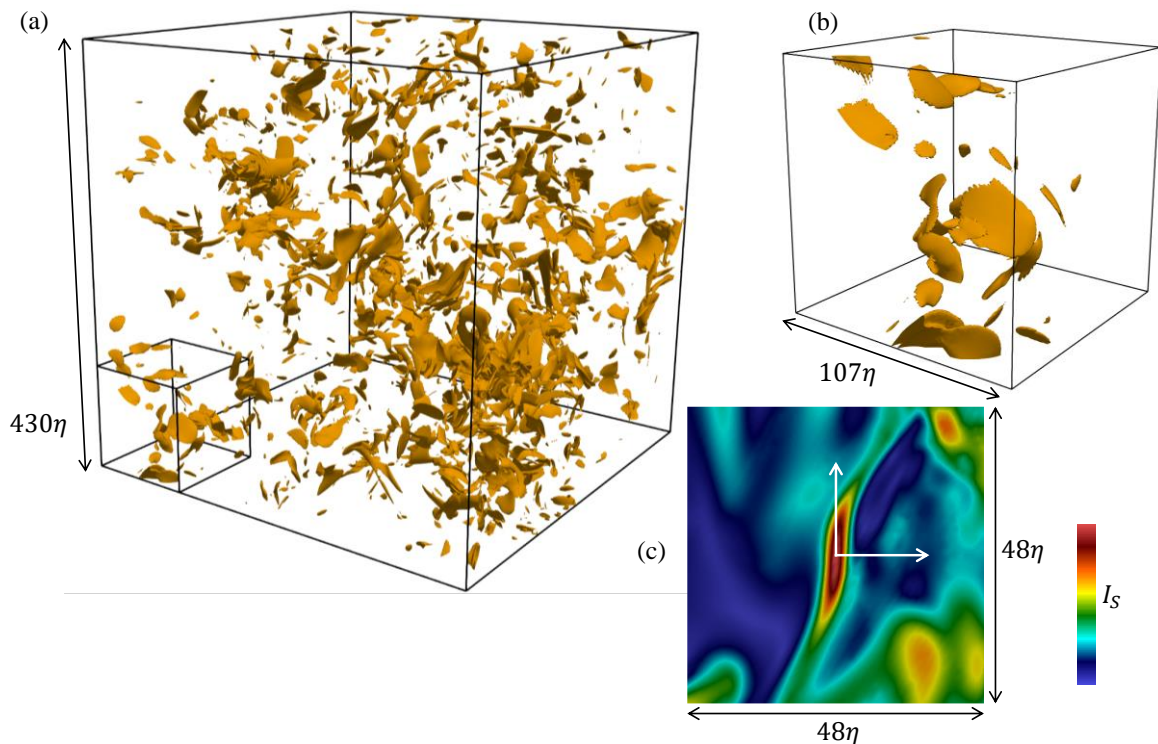


図 2(a) せん断層の可視化. (b) (a)左下立方体部分の拡大図. (c) せん断座標におけるせん断強さ $I_S$ の分布.  $Re_L = 900$  に対する結果.

により定義される座標系を Basic Reference Frame とし、式(1)の分解により $\nabla u_S$ を Basic Reference Frame において求める. さらに、 $\nabla u - \nabla u_S$ の対称テンソルおよび反対称テンソルとして $\nabla u_E$ と $\nabla u_R$ が得られる.

せん断強さを $I_S = [2(\nabla u_S)_{ij}(\nabla u_S)_{ij}]^{1/2}$ として定義し、乱流中のせん断層構造を抽出した. さらに、せん断層構造の中心を $I_S$ の極大値により検出し、その近傍の流れ場を調査した. せん断方向に関連する座標系 $(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)$ を図1のように定義する. 各方向の単位ベクトルはせん断テンソルの解析により求められる[5].  $\zeta_1$ 方向はせん断テンソル $\nabla u_S$ の渦度ベクトル方向である. また、せん断座標において、せん断 $\nabla u_S$ が $\zeta_3$ 方向速度の $\zeta_2$ についての微分のみにより表されるように $(\zeta_2, \zeta_3)$ が定義される. 検出されたすべての $I_S$ の極大値に対してせん断座標を求め、各物理量のアンサンブル平均をせん断座標の関数として評価し、せん断層近傍の流れ場の調査を行った.

### 3. 一様等方性乱流の直接数値計算

一様等方性乱流の直接数値計算(DNS: Direct Numerical Simulation)で得られる三次元速度場に対して上述のせん断層解析手法を適用した. 支配方程式は次式で表される非圧縮性ナビエ・ストークス方程式である.

$$\partial u_i / \partial x_i = 0 \quad (3)$$

$$\partial u_i / \partial t + u_j (\partial u_i / \partial x_j) = -\partial P / x_i + \nu (\partial^2 u_i / \partial x_j^2) + f_i \quad (4)$$

ここで、 $u_i$ は速度ベクトル、 $P$ は圧力、 $\nu$ は動粘度、 $f_i$ は線形加振法[6]により計算される外力項である. 数値計算には部分段階法に基づくDNSコードを用いた. コードはMPIにより並列化されている. 空間の離散化には四次精度中心差分を、時間積分には三次精度ルンゲクッタ法を、ポアソン方程式の求解にはBiCGStab法を用いた. 本コードによるDNSが噴流、混合層、境界層などに対して行われており、数値計算結果が実験結果とよく一致することが確認されている[7, 8, 9, 10].

積分長さスケール $L_0$ と速度変動 rms 値 $u'$ により定義されるレイノルズ数 $Re_L = u' L_0 / \nu$ を140, 350, 900, 2200, 5600とし、それぞれのレイノルズ数条件での格子点数を $256^3$ ,  $512^3$ ,  $1024^3$ ,  $2048^3$ ,  $4096^3$ として計算を実施した.

### 4. 一様等方性乱流中のせん断層

図2(a, b)にせん断強さ $I_S$ の等値面の可視化図を示す. 強いせん断を持つ領域は扁平な形状を持つことが確認できる. (b)ではせん断層の層平行方向の大きさがコロモゴロフスケール $\eta$ の数10倍となっている. 図2(c)にはせん断座標における $I_S$ の分布が示されている. 図の中心が $I_S$ の極大値の位置であり、 $\zeta_1 = 0$ における $\zeta_2\zeta_3$ 平面が可視化されている. せん断の速度が大きく変化する $\zeta_3$ 方向に薄い構造が存在し、本研究で用いた手法によりせん断層の位置および向きが同定されていることがわかる.

図3に検出された $I_S$ の極大値近傍の流れ場を、せん断座

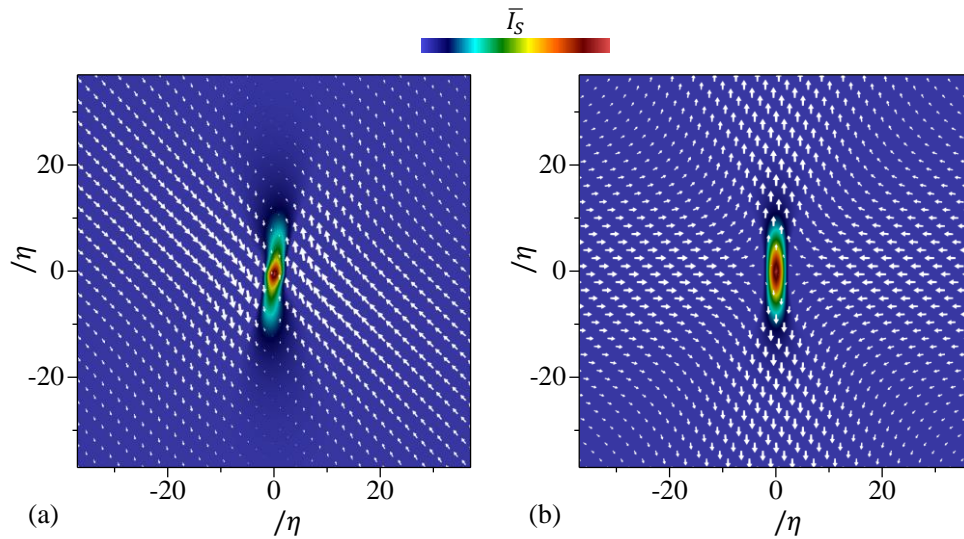


図2 せん断層近傍の平均速度分布 ( $Re_L = 900$ に対する結果). (a) $\zeta_1$  平面 ( $\zeta_1 = 0$ ), (b) $\zeta_3$  平面 ( $\zeta_3 = 0$ ). カラーコンターはせん断強さの平均 $\bar{I}_s$ , 矢印は各平面における平均速度ベクトルを表す.

標( $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ )の関数として得られた平均速度ベクトルと $I_s$ の平均値の分布により示す. (a)には $\zeta_1 = 0$ の $\zeta_1$  平面での分布が, (b)には $\zeta_3 = 0$ の $\zeta_3$  平面での分布が示されている. (a)では, せん断層の両側に $\pm\zeta_3$ 方向の流れが見られ, この流れが層内のせん断に寄与していることが確認できる. 一方, (b)では $\zeta_2$ 方向に流体の圧縮を引き起こす流れが見られる. また,  $\zeta_1$ 方向に対してはせん断層から離れる方向の平均流が存在し, 流体の伸張を引き起こす. このように, せん断層が垂直方向の圧縮と平行方向の伸張を伴う二軸歪み領域に形成されている. せん断層垂直方向の圧縮は薄い層を維持する役割を担っていると考えられる. 層の $\zeta_2$ 方向の厚みはコルモゴロフスケール $\eta$ の約5倍程度であり, せん断層が乱流の最小スケールに関連する構造であることがわかる. また,  $\zeta_1$ および $\zeta_3$ 方向の層の大きさはいずれも約 $20\eta$ となっている. 本研究で実施したDNSにおいて,  $\eta$ で無次元化されたせん断層の厚さがレイノルズ数に依らないことが確認された. また, せん断の速度差をコルモゴロフ速度スケールで無次元化した値がレイノルズ数に依らず約6となり, 無次元速度差についてもレイノルズ数に依存しないことが示された[5].

せん断層構造の時間発展を解析した結果, せん断層の崩壊に伴い渦管が生成されることが明らかとなった[5]. さらに, 同論文ではせん断と二軸歪みの相互作用によりエンストロフィやストレインの増幅が生じることが示されている. 同様の解析を乱流噴流の直接数値計算データベース[10]に対して適用した結果, せん断層構造は平均速度勾配の有無に依らない小スケール乱流構造であることが確認された[11]. さらに, 乱流噴流の外縁に多数のせん断層が存在し, 乱流と非乱流流体の境界領域における渦度輸送にせん断層が大きな影響を与えることが示された[12].

## 文献

- [1] Salehipour, H., Peltier, W. R., Whalen, C. B., & MacKinnon, J. A., “A new characterization of the turbulent diapycnal diffusivities of mass and momentum in the ocean”, *Geophysical Research Letters*, 3370–3379, (2016).
- [2] Riley, J. J. & de Bruyn kops, S. M., “Dynamics of turbulence strongly influenced by buoyancy”, *Physics of Fluids*, 2047–2059, (2003).
- [3] Kolář, V., “Vortex identification: New requirements and limitation”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 638–652, (2007).
- [4] Nagata, R., Watanabe, T., Nagata, K., & da Silva, C. B., “Triple decomposition of velocity gradient tensor in homogeneous isotropic turbulence”, *Computers & Fluids*, 104389, (2020).
- [5] Watanabe, T., Tanaka, K., & Nagata, K., “Characteristics of shearing motions in incompressible isotropic turbulence”, *Physical Review Fluids*, 072601, (2020).
- [6] Rosales, C. & Meneveau, C., “Linear forcing in numerical simulations of isotropic turbulence: Physical space implementations and convergence properties”, *Physics Fluids*, 095106, (2005).
- [7] Watanabe, T., Sakai, Y., Nagata, K., Ito, Y., & Hayase, T., “Turbulent mixing of passive scalar near turbulent and non-turbulent interface in mixing

layers” , Physics of Fluids, 085109, (2015).

[8] Watanabe, T. & Nagata, K., “Mixing model with multi-particle interactions for Lagrangian simulations of turbulent mixing” , Physics of Fluids, 085103, (2016).

[9] Watanabe, T., Riley, J. J., & Nagata, K., “ Effects of stable stratification on turbulent/nonturbulent interfaces in turbulent mixing layers” , Physical Review Fluids, 044301, (2016).

[10] Watanabe, T., Zhang, X., & Nagata, K., “Direct numerical simulation of incompressible turbulent boundary layers and planar jets at high Reynolds numbers initialized with implicit large eddy simulation” , Computers & Fluids, 194, (2019).

[11] Hayashi, M., Watanabe, T., & Nagata, K., “Characteristics of small-scale shear layers in a temporally evolving turbulent planar jet” , Journal of Fluid Mechanics, A38, (2021).

[12] Hayashi, M., Watanabe, T., & Nagata, K., “The relation between shearing motions and the turbulent/non-turbulent interface in a turbulent planar jet” , Physics of Fluids, 055126, (2021).

# Small-scale Turbulence Generation by Internal Shear Layers in Turbulent Flows

Project Representative

Tomoaki Watanabe

Department of Aerospace Engineering, Nagoya University

Authors

Tomoaki Watanabe <sup>\*1</sup>, Koji Nagata <sup>\*1</sup>, Takahiro Karagiri <sup>\*1</sup>, Yuka Yamauchi <sup>\*1</sup>, Keigo Matsuda<sup>\*2</sup>, Ryo Onishi<sup>\*2\*3</sup>

<sup>\*1</sup>Department of Aerospace Engineering, Nagoya University, <sup>\*2</sup>Center for Earth Information Science and Technology, Research Institute for Value-Added-Information Generation, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology,

<sup>\*3</sup>Global Scientific Information and Computing Center, Tokyo Institute of Technology

Small-scale shear layers that internally exist in turbulent flows are investigated with direct numerical simulations of incompressible isotropic turbulence. The shear layers are detected and analyzed with a new method based on a triple decomposition of velocity gradient tensor. Flow visualization shows that regions with shearing motions have a sheet-like structure. The shear layers appear in a region of biaxial strain, whose compression sustains the thin shear layers. The shear layer thickness normalized by the Kolmogorov scale hardly varies with the turbulent Reynolds number. The Reynolds number of the shear layer is high enough to collapse due to the shear instability, which results in the formation of small-scale vortex tubes.

**Keywords :** Turbulence, Direct numerical simulation, Shear layers, Turbulent structures

## 1. Internal shear layers in turbulent flows

Turbulent flows with stable density stratification are often observed in the natural environment. Vertical turbulent motions at large scales are strongly suppressed by buoyancy under stable stratification. However, small-scale turbulence can be generated by vertical shear due to large-scale horizontal motions even in a strongly stratified fluid [1]. In turbulent flows, the regions of intense shear appear as a sheetlike structure, which is called a vortex sheet or a shear layer. In this study, a new method is developed to investigate the shear layers that internally exist in turbulence.

We consider a triple decomposition that decomposes a velocity gradient tensor  $\nabla\mathbf{u}$  into three components of rotation (R), shear (S), and elongation (E) as  $\nabla\mathbf{u} = \nabla\mathbf{u}_R + \nabla\mathbf{u}_S + \nabla\mathbf{u}_E$  [2]. Hereafter, a component of a second-order tensor is denoted with subscripts, e.g.,  $(\nabla\mathbf{u})_{ij} = \partial u_i / \partial x_j$ . The shear layers can be detected with the shear intensity  $I_S = [2(\nabla u_S)_{ij}(\nabla u_S)_{ij}]^{1/2}$ . The detail of the numerical algorithm of the triple decomposition was presented in [3]. The statistical properties of shear layers are studied by an averaged flow field around the shear layers. The center of a shear layer is detected as a local maximum of  $I_S$ . Then, we introduce a shear coordinate system  $(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)$ , whose origin is located at the center of the shear layer. The velocity components in the three directions are denoted by  $(u_1, u_2, u_3)$ . The direction  $\zeta_1$  is taken in the vorticity direction of the shear tensor. The directions of  $\zeta_2$  and  $\zeta_3$  are determined such that the shear is represented solely by  $\partial u_3 / \partial \zeta_2$ . Ensemble averages are taken for all detected shear layers as functions of  $(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)$ .

## 2. Direct numerical simulation

The shear layers analysis is applied to the direct numerical simulation (DNS) database of incompressible homogeneous isotropic turbulence [4]. The governing equations are incompressible Navier-Stokes equations, which are numerically solved with a DNS code based on a fractional step method. Spatial discretization is based on the 4th-order central difference while the 3rd-order Runge-Kutta method is used for time integration. The Poisson equation for pressure is solved with the biconjugate gradient stabilized method. A statistically steady state is achieved by a linear forcing scheme [5]. The Reynolds number is defined as  $Re_L = u' L_0 / \nu$ , where  $u'$  is the root-mean-square of velocity fluctuations,  $L_0$  is the integral length scale, and  $\nu$  is the kinematic viscosity. DNS is performed for  $Re_L = 140, 350, 900, 2200$ , and  $5600$ , for which the number of grid points is  $256^3, 512^3, 1024^3, 2048^3$ , and  $4096^3$ , respectively.

## 3. Shear layer characteristics in isotropic turbulence

Figure 1(a, b) visualizes isosurfaces of the shear intensity  $I_S$ . A large number of shear layers exist in the flow. Regions with intense shear have a flat shape, which indicates a layer structure. The size of the shear layer is  $O(10\eta)$  in Fig. 1(b), where  $\eta$  is the Kolmogorov length scale.

Figure 1(c, d) shows mean velocity vectors and a color contour of mean shear intensity  $\bar{I}_S$  evaluated with ensemble averages of all detected shear layers. The results are presented for the  $\zeta_2$ - $\zeta_3$  plane at  $\zeta_1 = 0$  and the  $\zeta_1$ - $\zeta_2$  plane at  $\zeta_3 = 0$ . The shear layer with large  $\bar{I}_S$  can be identified between two parallel flows



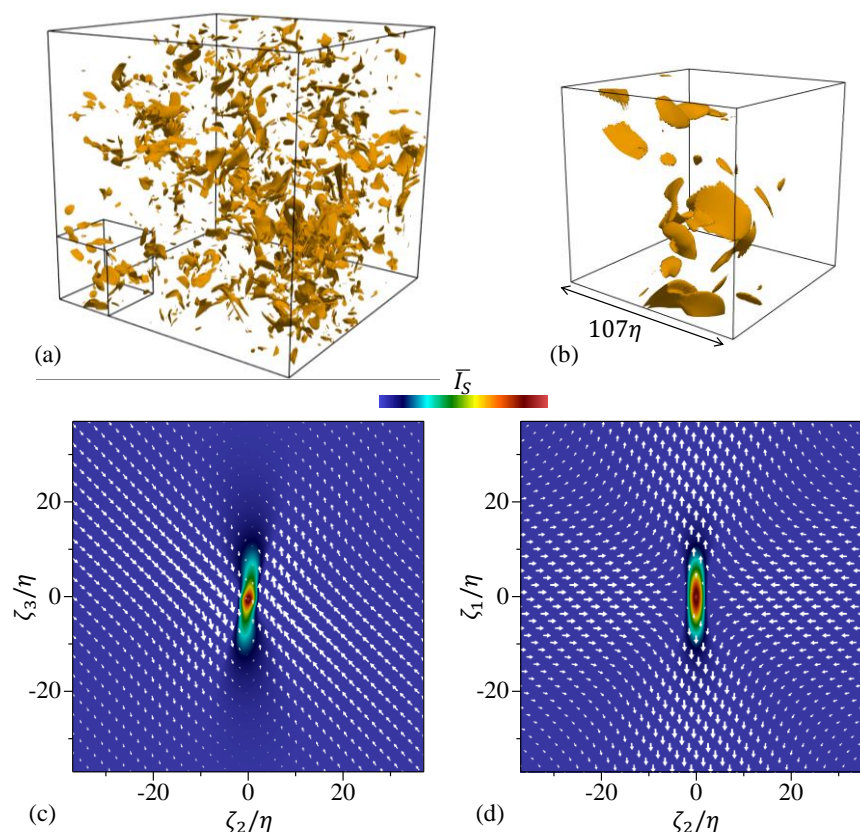


Fig. 1(a) Isosurface of shear intensity. (b) Close-up of the box in (a). (c, d) Mean velocity vector and mean shear intensity around the shear layer: (c)  $\zeta_2$ - $\zeta_3$  plane at  $\zeta_1 = 0$ ; (d)  $\zeta_1$ - $\zeta_2$  plane at  $\zeta_3 = 0$ .

in  $\pm\zeta_3$  directions. The mean velocity on the  $\zeta_1$ - $\zeta_2$  plane suggests that the shear layer forms under the influence of biaxial strain with compression in the  $\zeta_2$  direction and elongation in the  $\zeta_1$  direction. The relation between the shear and biaxial strain is consistent with Burgers' vortex layer, which is one of the exact solutions of Navier-Stokes equations.

Further details of the shear layer analysis can be found in [4]. It was shown that the shear layer thickness normalized by the Kolmogorov scale hardly varies with the Reynolds number. The Reynolds number of the shear layer is high enough to cause the shear instability. Indeed, flow visualization proved that the shear layer collapses and generates a small-scale vortex tube. We have also shown that the interplay between the shear and the biaxial strain significantly contributes to enstrophy production and strain amplification. The present shear layer analysis was also conducted with the DNS database of a turbulent planar jet [6, 7]. Comparison between the isotropic turbulence and the turbulent jet indicates that the small-scale shear layers have some universal properties that do not depend on flows.

## References

[1] Riley, J. J. & de Bruyn kops, S. M., "Dynamics of turbulence strongly influenced by buoyancy", *Physics of Fluids*, 2047-2059, (2003).

[2] Kolář, V., "Vortex identification: New requirements and limitation", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 638-652, (2007).

[3] Nagata, R., Watanabe, T., Nagata, K., & da Silva, C. B., "Triple decomposition of velocity gradient tensor in homogeneous isotropic turbulence", *Computers & Fluids*, 104389, (2020).

[4] Watanabe, T., Tanaka, K., & Nagata, K., "Characteristics of shearing motions in incompressible isotropic turbulence", *Physical Review Fluids*, 072601, (2020).

[5] Rosales, C. & Meneveau, C., "Linear forcing in numerical simulations of isotropic turbulence: Physical space implementations and convergence properties", *Physics Fluids*, 095106, (2005).

[6] Hayashi, M., Watanabe, T., & Nagata, K., "Characteristics of small-scale shear layers in a temporally evolving turbulent planar jet", *Journal of Fluid Mechanics*, A38, (2021).

[7] Hayashi, M., Watanabe, T., & Nagata, K., "The relation between shearing motions and the turbulent/non-turbulent interface in a turbulent planar jet", *Physics of Fluids*, 055126, (2021).