

# 大規模並列計算によるレール・車輪間の転がり接触解析手法の構築

## プロジェクト責任者

高垣 昌和 公益財団法人鉄道総合技術研究所

## 著者

林 雅江<sup>\*1</sup>、坂井 宏隆<sup>\*1</sup>、相川 明<sup>\*1</sup>、高垣 昌和<sup>\*1</sup>、廣川 雄一<sup>\*2</sup>

\* 1 公益財団法人鉄道総合技術研究所

\* 2 独立行政法人海洋研究開発機構

利用施設：独立行政法人海洋研究開発機構 地球シミュレータ

利用期間：平成 25 年 4 月 1 日～平成 26 年 3 月 31 日

## アブストラクト

多くの列車が走行することにより繰り返し荷重を受けたレール表面や車輪表面には、摩耗やき裂といった損傷が生じる。こうした損傷は、騒音の発生、鉄道の乗り心地の悪化や異常振動の発生、走行性能の悪化、走行安全性の低下につながるため、その発生メカニズムの解明は鉄道システムの安心・安全性に直結した課題である。しかしながら、実験的な評価が難しいため未解明な点も多い。本プロジェクトでは、従来までの定性的な弾性接触理論に基づいた接触解析に替わるより精緻な評価手法として、三次元有限要素法によるレール・車輪間の動的転がり接触解析手法を構築した。地球シミュレータの利用によって接触面を評価する上で必要な 1mm 四方の微細メッシュモデルを用いた大規模シミュレーションを行うことで、従来の計算機環境では難しかった接触面の形状や応力分布等が評価可能となった。

キーワード：大規模シミュレーション、三次元有限要素解析、転がり接触、動的応答、鉄道

## 1. 本プロジェクトの目的

多くの列車が走行することにより繰り返し荷重を受けたレール表面や車輪表面には、摩耗やき裂といった損傷が生じる。こうした損傷は、騒音の発生、鉄道の乗り心地の悪化や異常振動の発生、走行性能の悪化、走行安全性の低下につながるため、その発生メカニズムの解明は、鉄道システムの安心・安全性に直結した課題である。しかしながら、実験的な評価が困難なため、未解明な点も多い。鉄道車両が走行すると、レール・車輪間には衝撃力や kHz オーダーの高周波振動が生じ、接触面においては相対すべりが起きる。このような力学的な挙動がレールや車輪の異常な摩耗やき裂の原因となっていると考えられており<sup>1)</sup>、現象解明には車両走行時のレール・車輪間の接触面（コンタクトパッチ）における応力分布やすべり／固着状態などの評価が重要となる。コンタクトパッチは半径が数十 mm 程度の小さな領域となるため、これを有限要素法により解析するためには、最低でも 1mm 四方より

小さいメッシュサイズが必要となるが、実寸の車輪径は 800-900mm であり、一車輪だけでも数百万節点を有する大規模なモデルとなる。そのため、従来は計算資源の制約から、レール・車輪間の接触解析は弾性接触理論に基づいた簡略的な接触解析が行われてきた<sup>2,3)</sup>。本研究では、地球シミュレータの活用によって、三次元有限要素法による実形状のレール・車輪のモデル化、トルクによる車輪の動的転がり状態の再現、ラグランジュ未定乗数法を用いた接触状態の評価を柱とした大規模並列有限要素解析によるレール・車輪間の転がり接触解析手法を構築した。本手法により、従来の研究では扱えなかった弾塑性の考慮や加減速下でのコンタクトパッチの評価が可能となる。車輪転動下におけるより現実に近い状態でのコンタクトパッチの力学的挙動を評価することで、レールや車輪の摩耗やき裂等の発生メカニズム解明につなげることが本プロジェクトの目的である。

## 2. 解析手法

レール・車輪間の動的転がり接触挙動を評価するには、車輪がレール上を転動する状態を再現することが不可欠である。加えて、レール・車輪間の接触力、とりわけ接線方向の状態（クリープ力）を詳細に再現し、加減速が接触面に与える影響も評価できる必要がある。そこで、三次元大規模並列有限要素解析が可能な構造解析ソフトウェアである FrontISTR をベースに、上記の再現に係る必要機能を追加拡張することでレール・車輪間の転がり接触を再現・評価するプログラムを開発した。FrontISTR は、線形 / 非線形静解析、線形 / 非線形動解析、固有値解析、周波数応答解析、定常 / 非定常熱伝導解析のような解析機能を有する。各解析機能は線形ソルバーを根幹として実装されており、線形ソルバーには反復法および直接法が利用可能である。本節では、定式化の概略、FrontISTR のカスタマイズの概要、開発プログラムにおける計算フロー、計算モデルの概要について述べる。

### 2.1 支配方程式と計算フロー

レール・車輪間の転がり動的接触問題は、大回転・大変位を伴う幾何非線形問題であり、かつ接触を伴う境界非線形問題でもあり、接触領域は動解析にともなって時々刻々と変化する。これらの非線形性の取り扱いについては FrontISTR で採用されている定式化に準じる。具体的には、有限変形を扱うために離散化には増分解析手法が用いられ、将来的には弾塑性を考慮した解析も視野に入れているため FrontISTR の材料非線形の取り扱いに準じて増分解析手法の Update Lagrange 法を用いている。また、動的問題の時間積分法には逐次積分法の一つである Newmark- $\beta$  法が適用され、運動方程式は以下のように定式化される<sup>4)</sup>。

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\beta\Delta t^2}M + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}C + K\right)\Delta u_{t+\Delta t} = & F_{t+\Delta t} - Q_{t+\Delta t} \\ & + \frac{1}{\beta\Delta t}M\dot{u}_t + \frac{1-2\beta}{2\beta}M\ddot{u}_t \\ & + \frac{\gamma-\beta}{\beta}C\dot{u}_t + \Delta t\frac{\gamma-2\beta}{2\beta}C\ddot{u}_t \end{aligned}$$

ここで、 $\gamma$ 、 $\beta$  はパラメータである。

また、接触の扱いについてはマスター・スレーブがお互いを貫通しないという拘束条件の下で釣り合い点を求めるラグランジュ未定乗数法が適用される。接触における摩擦も考慮され Coulomb 摩擦則

が適用される。具体的には、図1のような計算フローとなる。

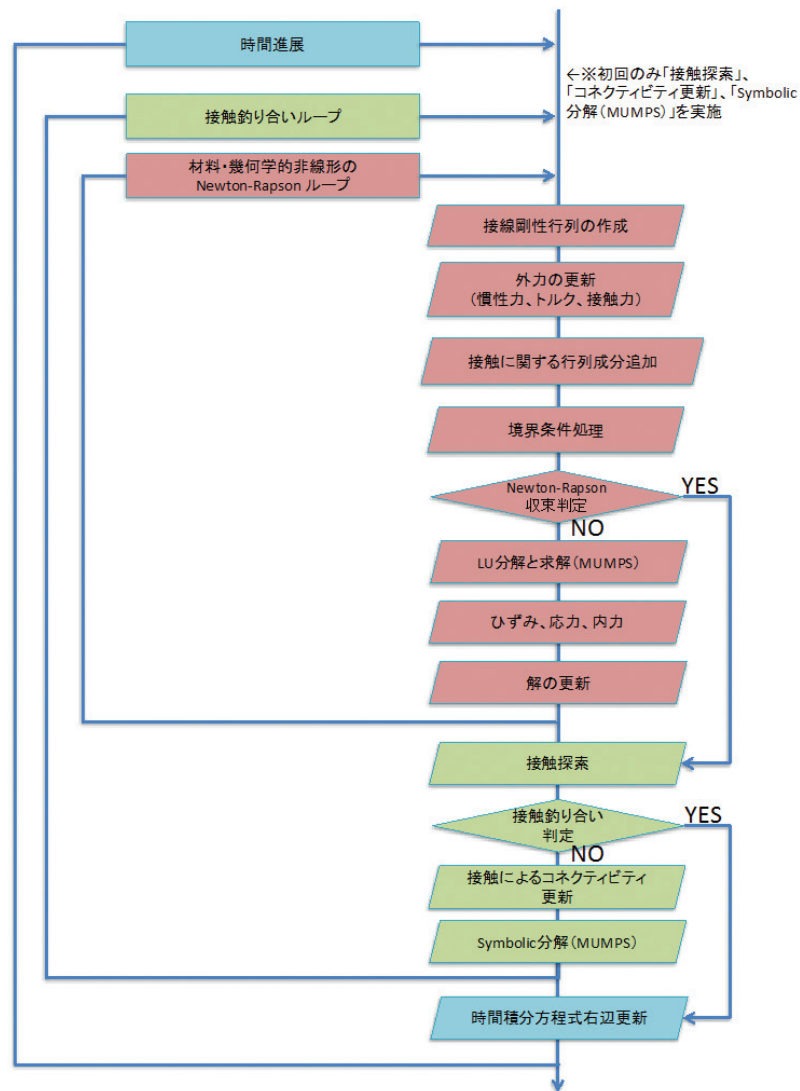


図1 計算フロー

## 2.2 FrontISTRのカスタマイズ

### 2.2.1 トルクによる加減速の実施

車軸表面上の複数節点に偶力になるように集中荷重を与えることで、トルクを原動力とした車軸の回転を再現する。この集中荷重ベクトルはつねに車軸表面の接線方向となるため (図2)、車軸の回転にともなって回転移動する節点上で接線方向を計算し、集中荷重ベクトルの向きが車軸の接線方向に沿うように制御する機能を付加した。

### 2.2.2 キャタピラメッシュ

本計算では、トルクにより車輪回転が再現され、車輪は初速ゼロの状態から評価対象の速度帯まで加速する。ある特定の速度

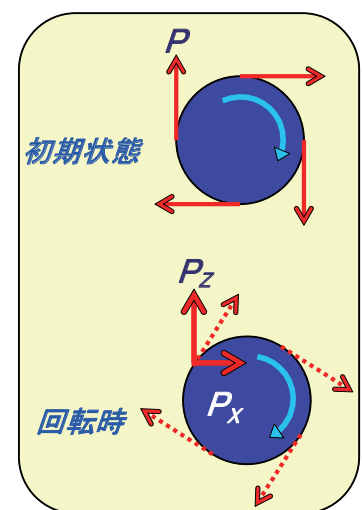


図2 集中荷重によるトルクの再現

帯まで車輪を加速させることを目的とした計算区間を助走区間と呼び、評価の対象とは切り離して考える。ある速度帯に達するまで車輪を回転させるとなれば、実際には数十キロのレール長のモデル化が必要となる。助走区間においては、厳密な評価を行わないため、レールを適当な長さの複数ブロックに分割し、車輪の並進距離が1ブロック長に達すると、後端部のブロックを進行方向先端部に移動させる工夫を施している(図3)。これにより全体のモデル規模を抑えつつ、車輪の回転を連続的に再現できるようにした。レールがカタピラのように進行することから、カタピラメッシュと呼ぶ。

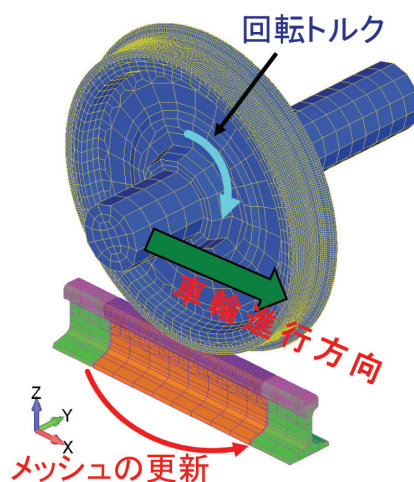


図3 カタピラメッシュ

### 2.2.3 無反射境界条件による反射波の影響の除去

前節で述べたように助走区間ではカタピラメッシュを用い計算を実施するが、厳密な評価にはカタピラメッシュという非現実的なレールモデル上ではなく、十分に長い有限長のレールモデル上で車輪を回転させ、コンタクトパッチを評価する必要がある。高速で走行する車輪からレールに伝わる衝撃力は数 kHz の高周波な弾性波としてレール内を伝播する。有限長のレールではレール端面で弾性波が反射し、コンタクトパッチの評価に影響を及ぼす可能性がある。そこで、弾性波の反射の影響を低減させるため、レールの両端部にレーリー減衰を与え、弾性波を減衰させるようにした(図4)。

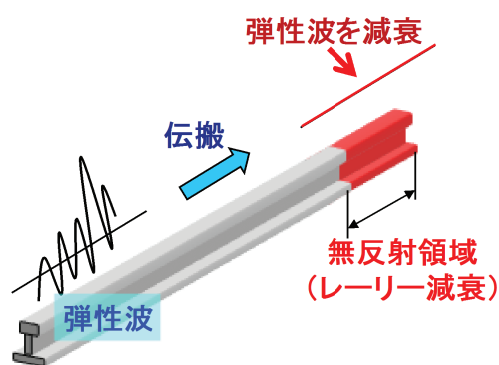


図4 レール端部における無反射境界条件

### 2.2.4 自動領域分割

レール・車輪間の動的転がり接触解析は大回転・大変位を伴う非線形問題であり、接触領域は時々刻々と変化する。領域分割法に基づいて接触問題の分散並列計算を実施する際、領域をまたがる接触探索は大きな通信負荷をもたらすため、一般的には接触領域が同一領域に収まるような領域分割を実施することが肝要である。しかしながら、接触領域が時々刻々と変化することから、接触領域の変形に応じて領域分割を行う必要があり、オンメモリで領域分割を実施する機能を追加した(図5)。

### 2.2.5 MUMPS<sup>5)</sup>の利用

接触問題の取り扱いにおいて、本プログラムでは Lagrange 未定乗数法を適用する。そのため、剛性行列はゼロ対角行列を有する線形方程式に帰着する。また接触面での摩擦を考慮するため、

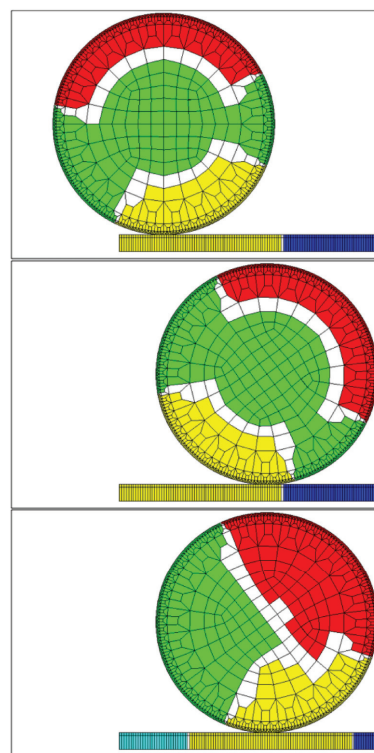


図5 自動領域分割

係数行列は数値的に非対称となる。こうした接触問題で得られる線形方程式に対し反復解法では安定的に収束解が得られない場合が多く、本計算においては直接解法ソルバー MUMPS を使用する。MUMPS は、分散並列にも対応している。

## 2.3 レール・車輪のモデル化

レールおよび車輪の材料定数は新幹線車両の車輪と車輪鋼材、および 60kg レール用鋼材の値を使用し、実形状を再現している。モデルに用いた各パラメータを表 1 に示す。解析対象は図 6 に示すような一本のレールと車軸の半分を有する一車輪からなる一軸一輪モデルである。負荷として車軸中心に 50kN の輪重を集中荷重として与える。境界条件として車軸の対称面の節点は長手方向を拘束し、レール底部の節点は完全拘束とした。

表 1 計算モデルの各種パラメータ

密度 (kg/mm <sup>3</sup> )	$7.81 \times 10^{-6}$
時間増分 (s)	$2.0 \times 10^{-4}$
摩擦係数	0.3
接線ペナルティ	$1.0 \times 10^4$
車軸のトルク相当集中荷重 (kN × 節点数)	$0.75 \times 8$

## 3. 計算実施概要

今年度地球シミュレータを利用して実施した静解析・動解析の二つの計算について報告する。

### 3.1 荷重載荷による押付け接触解析（静解析）

本解析は動解析に先立ち、作成したモデルの検証という位置付けで実施した。また、本静解析はカスタマイズ以前の公開版 FrontISTR を用いた静的接触解析によるもので、メッシュデータの規模が大きく、昨年度は MUMPS ソルバーにおいて 64 ビットメモリ空間に関わる問題などが発生したため解決に時間を要してしまい、未実行の課題として残されていた。

#### 3.1.1 解析条件

接触領域の応力分布や形状等を高精度に評価するため、車輪表面とレール表面のメッシュサイズは 1mm 四方となっており、モデルの全体規模は約 300 万節点 (1,000 万自由度) である。計算モデルの概要を図 6 に示す。車軸の中心に輪重 50kN を 10substep に分割して載荷し、荷重載荷が完了した最終ステップにおける接触面での応力分布および形状を評価する。領域分割数は 4 領域とし 4 プロセスを 1 process/node で割り当てて計算した。規模に対して領域分割数を小さめの設定としたのは、MUMPS ソルバーのベクトル化率が低く、スケーラビリティが低いためにノード時間積の節約を念頭にプロセス数を抑えたためである。

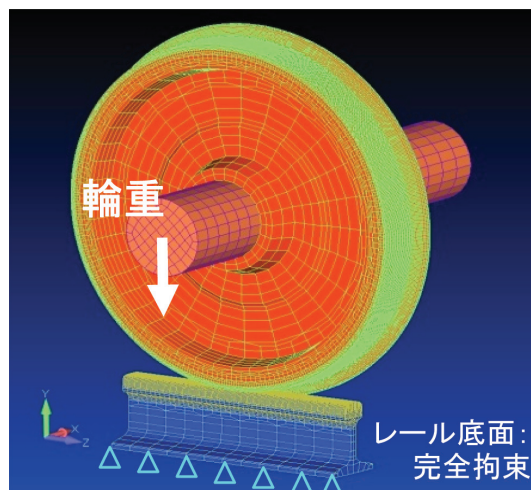


図 6 一軸一輪モデル（静解析）

### 3.1.2 最適化の実施

小規模なテストデータで同計算を4MPIで実行したところ、接触領域を受け持つプロセスの不動小数点演算回数の累計が他プロセスの3.3倍で処理時間を律速していた。さらに、当該プロセスが処理する関数でコスト分布調査を進めたところ、接触反力の計算に関する関数群であることがわかった。2.2.4節で述べたようにFrontISTRにおける並列接触計算では接触領域が同一プロセス内で閉じるように領域分割するという仕様に基づ

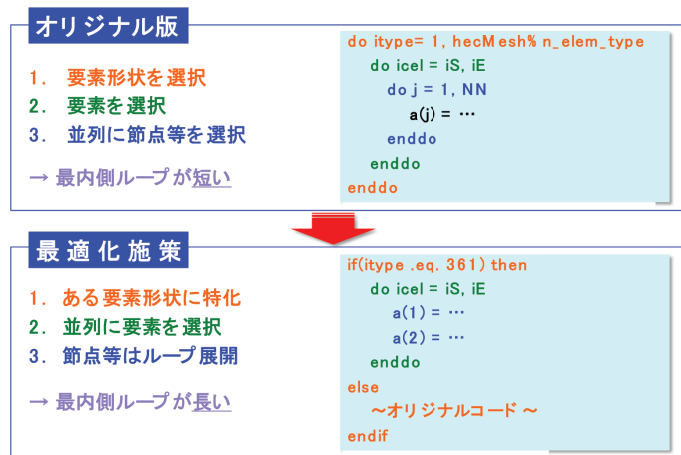


図7 ループ展開による最適化

づくため、接触領域の計算は他プロセスに分散させて負荷を均等化することはできない。そこで、これらの関数群で可能な限りベクトル化を実施し、これらの処理にかかる経過時間を短縮することで負荷の偏りを軽減した。具体的には、接触反力を計算する関数群では図7に示すように、主に要素タイプのループ、各要素タイプにおける要素数のループ、各要素における節点数のループという構造が随所に見られる。六面体8節点要素によるモデル化をしている本計算では、最内ループ長が8と短い。そこで、節点についてはループ展開をし、ループ長を伸ばした。その他、多重ループ内のサブループや関数のインライン展開、キャッシュチューニングを実施し、全体で約2.4倍の高速化が得られた。

### 3.1.3 解析結果

50kNの輪重载荷が完了した最終ステップでの応力分布を図8に示す。左が鉛直方向垂直応力、右がVon Misesの相当応力である。またその拡大図が図9である。応力の分布形状や最大値から、Hertz理論に基づいた理論解<sup>6)</sup>と比較して妥当であると評価でき、ベースとするFrontISTRの接触解析機能と今回作成したレール・車輪モデルに問題がないことを確認した。

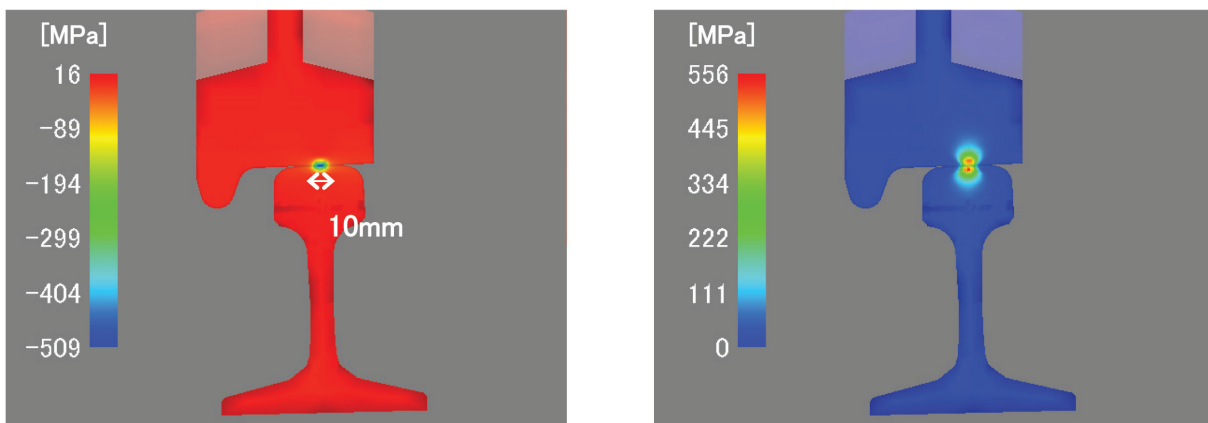


図8 50kNの輪重を载荷した時の鉛直方向応力(左)とvon Mises相当応力(右)

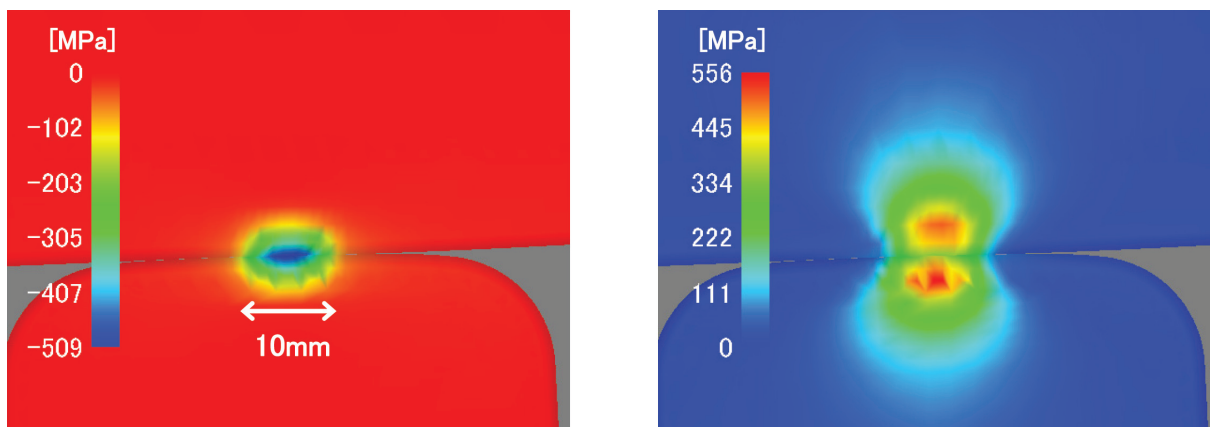


図9 50kNの輪重を載荷した時の鉛直方向応力(左)と von Mises 相当応力(右)  
(拡大図)

### 3.2 動的転がり接触解析

開発したレール・車輪間の動的転がり接触解析プログラムを用い、車輪転動の再現と接触面の力学的挙動の評価を行う。

#### 3.2.1 解析条件

外力として輪重とトルクを車輪に加える。計算モデルの概略図を図10に示す。輪重、トルクはそれぞれ集中荷重として与えられるが、ある一定の時間幅をかけて徐々に与えてゆく。具体的には、図11の青線で示すように適当なタイムステップをかけて輪重(50kN)を載荷し、その後接触状態が安定してから、同図の赤線で示すように適当なタイムステップをかけて徐々にトルクを与えてゆく。解析の評価対象は、レール・車輪間の接触面における接線力、法線力、形状、位置、すべり／固着状態などの力学的状態である。

領域分割法によって解析モデルを8領域に分割し、8MPIプロセスを1 process/nodeで割り当て、各プロセスにおいて、OpenMPでスレッド数8として実行した。

#### 3.2.2 解析結果

図11の黒い実線は計算で得られた車軸中心の鉛直方向変位を示す。本計算は輪重を載荷する途中段階(約50 time step)で時間切れとなり、それ以降の評価対象の速度帯に至るまでの計算が実施できなかった。動解析に関し

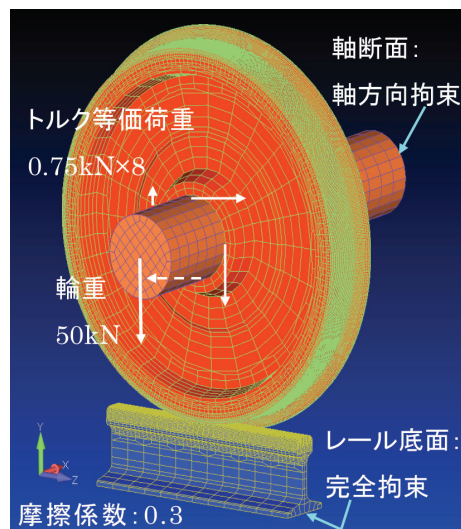


図10 一軸一輪モデル(動解析)

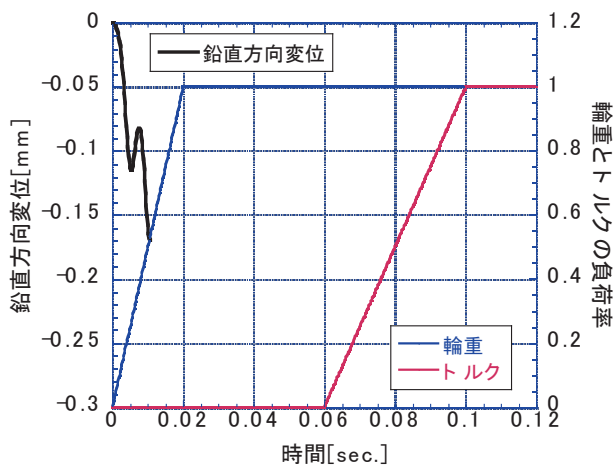


図11 動解析結果：車軸の鉛直方向変位

ては、開発途中のコードを扱っていたため地球シミュレータへ移植する段階でプログラムの改修が発生し、静解析で実施したようなプログラム最適化に至らなかった。また、線形方程式解法の MUMPS の計算時間もボトルネックとなりトルクを掛ける段階にすら達しなかった。タイムステップ当たりの

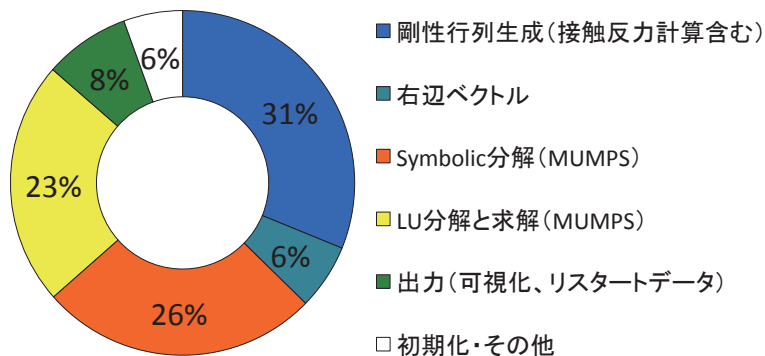


図 12 タイムステップ当たりの計算時間の内訳

処理時間の内訳を図 12 に示す。接線剛性行列の生成および、Symbolic 分解 (MUMPS)、LU 分解と求解 (MUMPS) の割合が大きいことがわかる。この内、接線剛性行列の生成に関しては、静解析の接触反力計算で実施した最適化が同様に適用できると考えられるが、MUMPS については、ベクトル化による最適化が難しく、反復解法への転換が検討課題として残された。

#### 4. まとめと今後の予定

実験では評価が難しい走行中のレール・車輪間の接触面における応力分布等の力学的挙動について、トルクによる車輪転動を接触解析プログラムによって評価可能にした。現状のプログラムでは、線形方程式解法に MUMPS を使用しているため、ベクトル化率が低く、地球シミュレータを利用した計算では、評価対象のタイムステップに至らなかった。

図 13 に、他の計算機環境で簡易形状モデルを用いて得られた本解析手法による結果例を示す。140km/h 走行時のコンタクトパッチ内で発生する応力分布図と車輪転動時特有の現象であるすべり／固着状態を示す。これらの計算結果の妥当性については、発生応力は概ね良好であるが、現象解明に

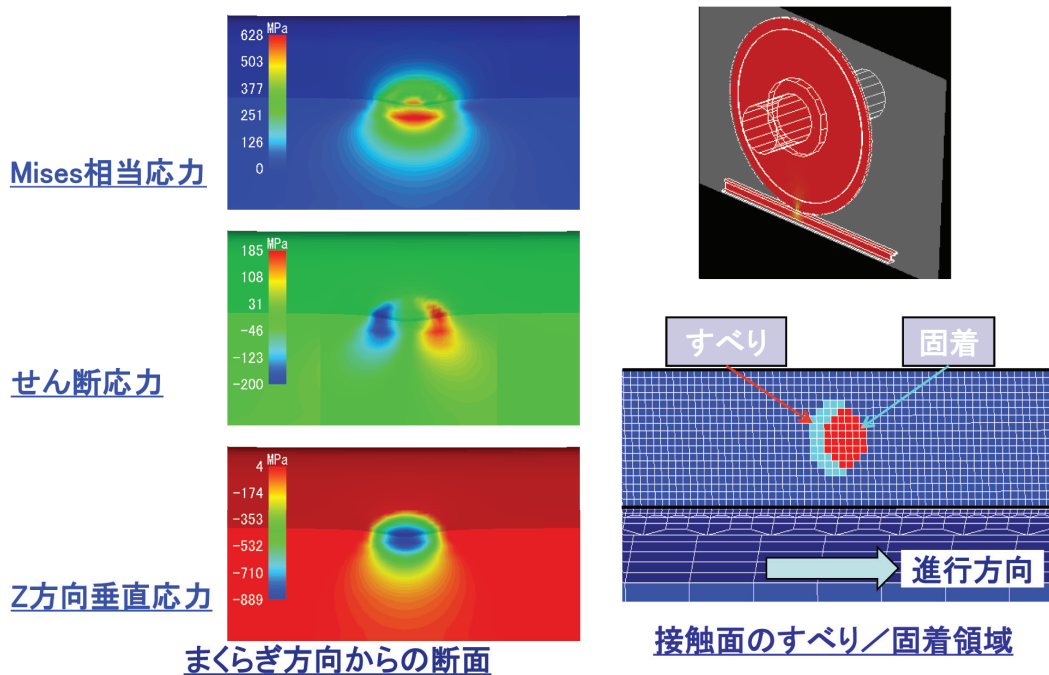


図 13 簡易形状モデルによる動解析結果の例



向けては簡易モデルではなく実形状モデルを用い、低速域から高速域までの幅広い速度帯で評価する必要がある。接触面を微細にするほどモデル規模は上がり、目標速度帯までにかかる計算時間も膨大になる。さらに、より現実に近い現象の再現には、今回用いた一軸一輪ではなく、二軸二輪、一台車といったより現実的なモデル化が必要であり、解析の大規模化は必至である。解法部分の高速化は不可欠であり、反復解法への転換を検討している。反復解法の適用・開発が進めば改めて地球シミュレータ利用にトライしたい。

## 参考文献

- 1) H.Wakui, “Subjects for Wheel/Rail System Related to Wheel/Track Impact” , RTRI Report, Vol.17, No.9, pp88-94, 2003.
- 2) J.Xiaoyun and J.Xuesong, “Numerical Simulation of wheel rolling over rail at high-speeds” , Wear, 262, pp666-671, 2007.
- 3) L.Baeza,P.Vila,A.Roda,and J.Fayos, “Prediction of corrugation in rails using a non-stationary wheel-rail contact model” , Wear, 265, pp1156-1162, 2008.
- 4) FrontISTR Ver.4.2 ユーザーズマニュアル, FrontISTR\_user-manual\_Ver42.pdf, 2013.
- 5) P.R.Amestoy,I.S.Duff,and J.Y.L’ Excellent, “Multifrontal parallel distributed symmetric and unsymmetric solvers. Comput. Methods in Appl. Mech. Engrg.,184,pp501-520, 2000.
- 6) J.J.Kalker, “Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact” , KLWER ACADEMIC PUBLISHERS, 1990.